

UNIVERSITE 7 NOVEMBRE A CARTHAGE - Tunis

Projet de Fin d'Etudes

Elabor par

Aymen EL GHOUL

DEPENDANCE DE LA RESOLUTION DE MODELES DES PAQUETS D'ONDELETTES
ADAPTATIFS POUR LA CLASSIFICATION DES IMAGES DE TELEDETECTION

Travail dirige par Ziad BELHADJ, Josiane ZERUBIA et Ian JERMYN

Remerciements : Avant de commencer ce rapport de projet de fin d'études, quelques lignes pour remercier ceux qui ont permis qu'il se termine aussi.

Les premières personnes que je tiens à remercier sont mes encadreurs. Merci à monsieur Ian Jermyn pour m'avoir encadré pendant deux mois du stage. Je remercie monsieur Ziad Belhadj et monsieur Riadh Tebourbi pour avoir encadré mon travail pendant le premier mois du travail.

Je tiens à remercier madame Josiane Zerubia pour m'avoir accueilli dans son équipe de recherche Ariana.

Je remercie chaleureusement les membres du projet Ariana pour leur apport scientifique et les gens de l'Inria avec qui j'ai partagé de bons moments : Pierre, Marie, Alexandre, Johan, Alain, Alexi, Xavier, Chadly, Sofiane, Amira, Abdellatif et d'autres... La même chose pour les gens du dehors : Maher, Amine, Hamdi, Imen, Emna, Othman, Nounou, Ahmed, Mohamed et d'autres...

Enfin, bien sûr, un très gros merci à ma famille : mes parents, mes soeurs Imen et Ilhem et tous les autres... Pour l'ensemble de leur oeuvre.

Résumé : Dans mon travail, je m'intéresse à la description de la texture en utilisant les paquets d'ondelettes adaptatifs. De récents travaux ont montré que les histogrammes des coefficients d'ondelettes standards ont une forme de gaussienne généralisée alors que ce n'est pas le cas pour les paquets d'ondelettes adaptés à chaque texture. Dans ce cas, on a observé trois types de formes d'histogrammes : gaussienne, gaussienne généralisée et mixture de gaussiennes avec contrainte et pour estimer les paramètres de chaque modèle on adoptera une approche probabiliste adaptative qui se base sur la théorie bayésienne. Les sous-bandes multimodales observées jouent un rôle important pour la discrimination de textures des images naturelles ou satellitaires. Un des grands problèmes en télédétection c'est que les images sont formées par plusieurs capteurs et que chacun de ces derniers possède une fonction de modulation optique propre à lui. Notre but donc est d'étudier la dépendance de la résolution de modèles des paquets d'ondelettes adaptatifs pour les images de télédétection.

Mots clés : Analyse multirésolution, paquets d'ondelettes, adaptatif, probabiliste, texture, estimation MAP, segmentation d'images, indexation d'images.

Abstract : In my work, I am interested of texture description using adaptif wavelet packet. Recent work show that standard wavelet coefficient histograms are modeled by generalized gaussian whereas this is not true for adaptif wavelet packet. In this case we observe three type of histograms : Gaussian, generalized Gaussian and in some subbands we have multimodal histograms modeled by a constrained mixture of Gaussians. To estimate model parameters, we adopt an adaptive probabilistic approach for each texture based on Bayesian methodology. Multimodal subbands play an important role to discriminate textures of naturally or remote sensing images and many recent applications use this theory of multimodality. In remote sensing, images are formed by several sensors and each of them is characterized by a PSF (Point Spread Function). Thus, our goal is to study resolution dependency of adaptive wavelet packet models for remote-sensing images.

Key-words : Multirésolution analysis, wavelet packet, adaptive, probabilistic, texture, MAP estimate, image segmentation, image indexing.

Table des matières

Table des matières	6
Table des figures	9
1 Introduction générale	10
1.1 La texture est un attribut visuel important	10
1.2 Détection de texture	10
1.3 Les objectifs de ce travail	11
1.4 Présentation du travail	12
2 Théorie des ondelettes	13
2.1 Les ondelettes : généralités	13
2.1.1 Ondelettes continues	13
2.1.2 Résolution en temps et en fréquence	14
2.1.3 Inversion de la transformée en ondelettes	14
2.1.4 Transformée en ondelettes discrètes	15
2.2 Construction d'une analyse multirésolution	15
2.2.1 Principe de l'analyse espace - échelle ou analyse multirésolution	15
2.2.2 Définition	16
2.3 Les algorithmes pyramidaux	18
2.3.1 Pourquoi des algorithmes pyramidaux	18
2.3.2 Décomposition	18

2.3.3	Application aux images	19
2.3.4	Reconstruction	21
2.4	Exemples de bases d'ondelettes	23
2.5	Les paquets d'ondelettes	23
2.6	Conclusion	26
3	Une approche probabiliste pour la description de la texture	27
3.1	La texture	27
3.1.1	Textures déterministes	28
3.1.2	Textures stochastiques	29
3.1.3	Texture et perception visuelle	31
3.1.4	Notion d'attribut et de descripteur de texture	31
3.2	Un cadre cohérent pour la description de la texture	34
3.3	Calcul de la probabilité d'une texture dans une région	37
3.3.1	Utilisation des paquets d'ondelettes	37
3.3.2	Régions de forme dyadique	39
3.4	Conclusion	39
4	Les modèles de texture d'apprentissage adaptatifs	40
4.1	Estimation MAP : Probabilités	41
4.2	Estimation MAP : algorithme de décomposition	43
4.3	Estimation MAP de μ^* et θ^*	44
4.3.1	Le modèle gaussien	45
4.3.2	Le modèle gaussien généralisé	45
4.3.3	Le modèle de mixture de gaussiennes avec contrainte	47
4.4	Résultats expérimentaux	48
4.4.1	Stabilité de la décomposition en respectant A et β	48
4.4.2	Variation de la probabilité de décomposition optimale en fonction de la profondeur	50
4.4.3	Modélisation des textures Brodatz	50

4.4.4	Modélisation des textures de télédétection	56
4.5	Conclusion	56
5	Dépendance de la résolution de modèles des paquets d'ondelettes adaptatifs	58
5.1	Réduction de résolution par filtre d'échelle	58
5.2	Réduction de résolution par d'autres types de filtres	60
5.2.1	La fonction de modulation optique	62
5.2.2	Résultats expérimentaux	63
6	Conclusion et perspectives	69
	Bibliography	70

Table des figures

2.1	Transformation en ondelettes 1D.	20
2.2	Arbre de décomposition en ondelettes 1D de profondeur 3.	20
2.3	Transformation en ondelettes 2D.	22
2.4	Arbre de décomposition en ondelettes 2D de profondeur 3.	22
2.5	Reconstruction 1D de a_j à partir des coefficients d'ondelettes.	23
2.6	Reconstruction 2D de L_j à partir des coefficients d'ondelettes.	24
2.7	Exemples de types d'ondelettes.	25
3.1	Exemples de textures déterministes.	28
3.2	Exemples de textures stochastiques naturelles.	29
3.3	Exemples de textures quasi déterministes.	30
3.4	Les différents applications définies sur Φ_R	35
3.5	Décomposition de F par les projections P_R et $P_{\bar{R}}$	36
3.6	Les différents types de divisions du domaine de Fourier.	38
4.1	La texture raffia.	41
4.2	La décomposition optimale en paquets d'ondelettes adaptatifs de la texture raffia. Les sous-bandes représentées en noir, gris et blanc correspondent respectivement au modèle gaussien, gaussien généralisé et mixture de gaussiennes.	42
4.3	Résultat d'ajustement du modèle gaussien de la sous-bande t_1 . L'histogramme observé est représenté par la courbe en continue et celui qui est estimé en pointillée.	46

4.4	Résultat d'ajustement du modèle gaussien généralisé de la sous-bande t_2 . L'histogramme observé est représenté par la courbe en continue et celui qui est estimé en pointillée.	47
4.5	Résultat d'ajustement du modèle de mixture de gaussiennes pour la sous- bande t_3 . L'histogramme observé est représenté par la courbe en continue et celui qui est estimé en pointillée.	49
4.6	Les décompositions de la texture Raffia correspondantes à des valeurs différentes de β	51
4.7	Les décompositions de la texture Raffia correspondantes à des valeurs différentes de A et β	52
4.8	Représentation de la (a) probabilité de décomposition optimale et de sa (b) variation en fonction de la profondeur.	53
4.9	Exemples de textures Brodatz.	54
4.10	Histogrammes des coefficients des paquets d'ondelettes et ses différents modèles estimés de quelques sous-bandes de la texture Raffia.	54
4.11	Histogrammes des coefficients d'ondelettes et les modèles estimés pour chaque sous-bande obtenue après décomposition de la texture Raffia.	55
4.12	a) La texture du champs labouré et b) sa décomposition optimale en paquets d'ondelettes.	56
4.13	Histogrammes des coefficients de paquets d'ondelettes adaptatifs de quelques sous-bandes bimodales.	57
5.1	Décomposition en paquets d'ondelettes adaptatifs d'une texture à différentes résolutions.	59
5.2	Décomposition optimale de a) l'image originale b) l'image obtenue après une première réduction c) l'image obtenue après une deuxième réduction en paquets d'ondelettes adaptatifs en utilisant le même filtre d'échelle de l'ondelette mère. L'image originale est la texture Raffia.	61
5.3	Représentation graphique de la FMO gaussienne dans une seule direction.	63

5.4	Représentation graphique 2D de la FMO empirique dans le cas du capteur SPOT.	64
5.5	Comparaison des différentes valeurs de la variance de chaque sous-bande des décompositions de la texture Raffia à trois résolutions différentes. . . .	65
5.6	Les décompositions optimales en paquets d'ondelettes de la texture Raffia à trois résolutions différentes en utilisant le filtre donné par la figure 5.4. . . .	66
5.7	Comparaison des différentes décompositions données par la figure 5.6. . . .	67
5.8	Comparaison des différentes valeurs de la variance de chaque sous-bande des décompositions de la texture Raffia à trois résolutions différentes dans le cas du filtre donné par la figure 5.4.	68

Chapitre 1

Introduction générale

1.1 La texture est un attribut visuel important

La *texture* est une partie de notre environnement visuel comme d'autres attributs tels que la *forme* et la *couleur*. C'est une notion complexe dont il n'existe pas vraiment de définition unifiée, acceptée par tous. En général, on appelle texture ce qui, en dehors de la couleur ou du niveau de gris, caractérise l'homogénéité visuelle d'une zone donnée d'une image. C'est un concept spatial, impliquant les variations locales de niveau de gris (ou de couleur), qui devient incontournable quand l'information que l'on cherche à extraire se situe dans les relations entre les pixels de l'image.

L'aptitude de description et d'analyse d'une scène texturée est une partie intégrée dans plusieurs applications en traitement d'images. Dans le domaine médical, par exemple, l'extraction des caractéristiques de la texture des images radiographiques permet une assistance automatique pour le diagnostic.

1.2 Détection de texture

Avant de commencer à analyser les scènes texturées, on doit décider d'abord quelle approche on va adopter : **non supervisée** ou **supervisée**. Dans le premier cas, on n'a pas de connaissances a priori sur les textures présentes dans la scène. Cette scène est

divisée en régions texturées et on ne peut pas donner des commentaires sur les entités du monde du monde réel. Cette approche est fréquemment utilisée dans les applications de télédétection [23] mais elle peut être utilisée pour la segmentation en générale. L'avantage de ces méthodes est de réduire le maximum possible l'interaction de l'utilisateur et la tâche de segmentation peut être faite sans une phase d'apprentissage dictée par l'utilisateur. Pour le deuxième type d'approche, on doit avoir des connaissances *a priori* sur les textures avant la phase de segmentation. La phase d'apprentissage est nécessaire pour décrire chaque texture présente dans une scène. Le résultat de la segmentation est d'affecter une étiquette à chaque région correspondante à l'entité du monde réel. Dans ce travail, on va adopter l'approche supervisée puisqu'elle nous informe sur la réalité de la scène étudiée.

1.3 Les objectifs de ce travail

Dans ce travail, on va adopter une approche probabiliste pour la description de la texture. Théoriquement la densité de probabilité est définie sur un support infini alors que ce n'est pas le cas en pratique parce que les images réelles ont un support finie donc pour adapter l'approche probabiliste à ce type d'images, on doit définir une densité de probabilité de l'image finie qui se calcule à partir de celle de l'image infinie par marginalisation.

Dans le domaine spatiale, les données sont corrélées donc on a intérêt de représenter ces données dans un autre domaine de telle sorte qu'elles seraient décorrélées. Parmi ces domaines on peut citer le domaine de Fourier qui permet de transformer des données spatiales à des données spectrales, et aussi on a le domaine des ondelettes qui permet d'ajouter l'aspect multi-résolutions de ces données. Dans ce travail, on choisit les bases d'ondelettes pour représenter les données dans plusieurs échelles.

De récents travaux ont montré que les histogrammes des coefficients d'ondelettes standards ont une forme de gaussienne généralisée alors que ce n'est pas le cas pour les paquets d'ondelettes adaptés à chaque classe de texture. Ceci conduit naturellement à une classe de modèles des paquets d'ondelettes adaptatifs qui permet de déterminer la structure d'une texture donnée telles que les périodicités principales qui existent dans une texture.

En télédétection, chaque système optique est caractérisé par sa propre fonction de modulation optique pour la formation des images multirésolutions donc on a intérêt à étudier la dépendance de résolution des modèles des paquets d'ondelettes adaptatifs.

Après avoir extraire les caractéristiques d'une classe de texture pendant la phase d'apprentissage, plusieurs applications peuvent être envisagées telles que la segmentation d'images, la classification d'images et l'indexation d'images.

1.4 Présentation du travail

Dans le chapitre 2, on va étudier en détail l'analyse multirésolution et les bases d'ondelettes et on va appliquer cette théorie dans le domaine de traitement d'images.

Dans le chapitre 3, on va définir la texture et les différents approches utilisées pour la description de la texture et on présentera notre approche probabiliste pour la description adaptative de la texture.

Dans le chapitre 4, on va étudier les différents modèles de textures d'apprentissage adaptatifs qui permettent de caractériser chaque classe de texture en vue de la segmentation et de l'indexation d'images.

Dans le chapitre 5, on va étudier la dépendance de la résolution de modèles des paquets d'ondelettes adaptatifs en utilisant différentes formes de la fonction de modulation optique.

Chapitre 2

Théorie des ondelettes

2.1 Les ondelettes : généralités

2.1.1 Ondelettes continues

On peut désigner comme ondelette réelle une fonction de \mathfrak{R} dans \mathfrak{R} dont la transformée de Fourier vérifie certaines conditions de régularité et de localisation [21]. Il en résulte diverses propriétés, dont la localisation de la fonction elle-même (i.e. négligeabilité en dehors d'un intervalle compact), et une moyenne nulle (d'où le nom d'ondelette, en raison des oscillations assurant cette propriété). Les propriétés des ondelettes en traitement du signal sont à la fois proches et complémentaires de celles des fonctions sinusoïdales à la base de l'analyse de Fourier. On peut ainsi décomposer tout signal (suffisamment régulier) sur des bases d'ondelettes obtenues par dilatation et translation d'une seule et même ondelette, dite ondelette mère. La théorie de la décomposition en ondelettes permet même d'exhiber des bases d'ondelettes orthonormales, à support compact, ...

Soit une fonction Ψ appartenant à $L^2(\mathfrak{R})$ et $TF(\Psi)$ sa transformée de Fourier satisfaisant la condition d'admissibilité :

$$C = \int_{\mathfrak{R}} \frac{|TF(\Psi(\nu))|^2}{|\nu|} d\nu < \infty \quad (2.1)$$

Alors Ψ est appelée une ondelette mère. Et on appelle transformée en ondelette, la

transformation intégrale qui à toute fonction f appartenant à $L^2(\mathfrak{R})$ fait correspondre la fonction $W_f(a, b)$ définie par :

$$W_f(a, b) = |a|^{-1/2} \int_{\mathfrak{R}} f(t) \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2.2)$$

Avec b appartenant à \mathfrak{R} , a appartenant à $\mathfrak{R} - \{0\}$.

A partir de l'ondelette mère, on construit toute une famille d'ondelettes obtenues par dilatation (coefficient a) et translation (coefficient b) de Ψ . On désignera chaque élément de cette famille par :

$$\Psi_{ab} = |a|^{-1/2} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2.3)$$

La transformée en ondelette peut alors être définie par le produit scalaire suivant :

$W_f(a, b) = \langle \Psi_{ab}, f \rangle$. On a par ailleurs, la condition suivante :

$$TF(\Psi(0)) = 0 \Leftrightarrow \int \Psi(t) dt = 0 \quad (2.4)$$

Si $\int \Psi(t) dt = 0$, la fonction $\Psi(t)$ oscille et s'amortit, d'où le nom d'ondelette.

2.1.2 Résolution en temps et en fréquence

2.1.3 Inversion de la transformée en ondelettes

Il faut tout d'abord remarquer qu'en traitement du signal, on ne considère généralement que des fréquences positives. Si le centre est aussi positif, on peut ne considérer que des valeurs positives du paramètre de dilatation : dans la reconstruction de f à partir des ondelettes, on a à utiliser seulement les valeurs de $a > 0$ dans $W_f(a, b) = \langle \Psi_{ab}, f \rangle$. La condition d'admissibilité devient alors : $C/2 < \infty$. On a alors le théorème suivant :

Soit Ψ une ondelette mère satisfaisant la condition d'admissibilité :

$$\frac{C}{2} = \int_0^{\infty} \frac{|\Psi(\nu)|^2}{\nu} d\nu \quad (2.5)$$

Alors $\forall f, g \in L^2(\mathfrak{R})$ on a :

$$\frac{C}{2} \langle f, g \rangle = \int_0^\infty \int_{\mathfrak{R}} \frac{1}{a^2} W_f(a, b) W_g(a, b) da db \quad (2.6)$$

Et $\forall f \in L^2(\mathfrak{R})$ et $x \in \mathfrak{R}$ où f est continue, on a la formule d'inversion suivante :

$$f(x) = \frac{2}{C} \int_0^\infty \int_{\mathfrak{R}} \frac{1}{a^2} W_f(a, b) \Psi_{ab}(x) da db \quad (2.7)$$

2.1.4 Transformée en ondelettes discrètes

Dans ce cas, nous voulons restreindre les valeurs de a et b à des valeurs discrètes. En plus pour simplifier, on va considérer que les valeurs de a et b sont positifs ce qui est vrai en pratique. Nous choisissons pour cela un pas de dilatation $a_0 > 1$. On désigne également un paramètre de translation $b_0 > 0$. On peut alors choisir $a_m = a_0^m$ et $b_n = nb_0$ pour m, n élément de Z^2 .

Le réseau $\{(a_m, b_n)/m, n \in Z^2\}$ forme une grille dyadique. La famille d'ondelettes discrétisées :

$$\Psi_{j,k}(t) = a_0^{j/2} \Psi(a_0^j t - kb_0) \quad (2.8)$$

où j et k sont éléments de Z^2 définit la transformation en ondelettes discrètes par la formule :

$$W_f(j, k) = \langle \Psi_{j,k}, f \rangle = a_0^{j/2} \int_{\mathfrak{R}} f(t) \bar{\Psi}(a_0^j t - kb_0) dt \quad (2.9)$$

2.2 Construction d'une analyse multirésolution

2.2.1 Principe de l'analyse espace - échelle ou analyse multirésolution

On veut trouver une base orthonormale d'ondelettes dans laquelle il sera possible de décomposer le signal $s(t)$ appartenant à $L^2(\mathfrak{R})$ (\mathfrak{R} est l'espace des réels). Pour cela, on peut utiliser l'analyse multirésolution dans $L^2(\mathfrak{R})$. Une telle analyse consiste à décomposer le

signal sur une gamme très étendue d'échelles, opération que l'on peut comparer à une cartographie. A chaque échelle, le signal sera remplacé par l'approximation la plus adéquate que l'on puisse y tracer. En allant des échelles les plus grossières vers les échelles les plus fines, on accède à des représentations de plus en plus précises du signal donné. L'analyse s'effectue en calculant ce qui diffère d'une échelle à l'autre, c'est-à-dire les détails à une résolution donnée. Ceux-ci permettent, en corrigeant une approximation encore assez grossière, d'accéder à une représentation d'une qualité meilleure.

Les ondelettes correspondent à des degrés de résolutions : elles sont définies par la différence entre 2 fonctions échelles consécutives. Elles permettent de représenter les détails gagnés lors du passage d'une échelle à l'échelle plus petite suivante.

2.2.2 Définition

La méthode AMR¹ donne toutes les bases d'ondelettes connues à ce jour. L'AMR de l'espace des fonctions de carrés sommables $L^2(\mathfrak{R})$ consiste à le découper en une suite croissante de sous-espaces vectoriels fermés $(V_j)_{j \in \mathbb{Z}}$. Ces sous-espaces ont un certain nombre de propriétés : ils forment une suite emboîtée, leur intersection est réduite à $\{0\}$ et leur réunion est dense dans $L^2(\mathfrak{R})$. Chaque sous-espace est l'ensemble de toutes les approximations possibles d'un même signal à l'échelle associée au sous-espace. Le signal à analyser sera approximé par une succession de projections orthogonales sur les sous-espaces V_j .

Il faut à présent trouver une base engendrant V_j .

Soit la fonction $\phi(x)$ appartenant à $L^2(\mathfrak{R})$ telle que $\phi(x - k)$, ($k \in \mathbb{Z}$) soit une base orthonormée dans $L^2(\mathfrak{R})$. La fonction ϕ est appelée **fonction d'échelle** ou **fonction d'interpolation**. Soit V_0 le sous-espace vectoriel engendré par $\phi(x - k)$, ($k \in \mathbb{Z}$). V_j est défini à partir de V_0 par simple **changement d'échelle** :

$$f(x) \in V_0 \Leftrightarrow f(2^j x) \in V_j \quad (2.10)$$

pour tout f de $L^2(\mathfrak{R})$.

¹Analyse MultiRésolution

Propriété	Interprétation
V_{j+1} est l'image de V_j par une dilatation d'un facteur 2	Il existe une grille fréquentielle sous-jacente en progression géométrique.
$\forall j, V_{j+1}$ est un sous-espace de V_j	Un signal basse résolution est aussi un signal à haute résolution.
V_j est invariant par translation de 2^j	Il existe une grille temporelle sous-jacente par pas de 2^j . Il aurait d'ailleurs suffi de donner la propriété pour $j = 0$.
L'intersection des V_j est réduite à 0 dans $L^2(\mathfrak{R})$	A résolution minimale, on perd toute l'image.
La réunion des V_j est dense dans $L^2(\mathfrak{R})$	A résolution infinie, on reproduit parfaitement tous les signaux.
Il existe une fonction θ telle que les translations entières de θ forment une base de Riesz de V_0	Chaque résolution est engendrée par une base d'atomes translatés de 2^j . Une base de Riesz est une frame de vecteurs indépendants.

TAB. 2.1 – Propriétés et interprétations de l'AMR.

De plus, l'ensemble des fonctions $\sqrt{2}\phi_{j,k}(2^j x - k)$ est une base de V_j . L'échelle associée à la résolution j est $a_j = 1/2^j$. Le choix d'un facteur 2 correspond à une analyse **dyadique**. Si on pose : $\phi_j(x) = 2^j \phi(2^j x)$, alors la famille $\sqrt{2^{-j}}\phi_{j,k}(x - 2^{-j}k)$ engendrée par translation (paramètre $2^{-j}k$) et par dilation (paramètre 2^{-j}) de ϕ est encore une base orthonormale de V_j .

La projection de f sur V_j , appelée f_j , s'écrit sous la forme :

$$f_j(k) = \langle f(x), \phi(x - 2^{-j}k) \rangle \quad (2.11)$$

Le passage d'une résolution j à une résolution plus fine $j + 1$ se fait en projetant la fonction f_j appartenant à V_j sur le sous-espace V_{j+1} .

Le signal original est donc filtré par une suite de filtres passe-bas en cascade dont la fréquence de coupure décroît de moitié lorsque l'on passe de la résolution $j + 1$ à la résolution j .

$$L^2(\mathfrak{R}) = \bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} W_j = V_j \bigoplus_{k \leq j} W_k \quad (2.12)$$

où W_j est le sous-espace complémentaire de V_j dans V_{j+1} . Il est donc orthogonal à W_k , pour tout k différent de j .

2.3 Les algorithmes pyramidaux

2.3.1 Pourquoi des algorithmes pyramidaux

Si on ne se préoccupait pas du temps de calcul, on pourrait décomposer le signal en ondelettes en le comparant, à chaque échelle, aux ondelettes de taille appropriée (fonction échelles et analyse multi-échelle). Le retour, à chaque étape, au signal initial est très lent. Il est plus astucieux de se servir du travail déjà fait. Afin de calculer plus vite, on analyse le signal par *tranches de résolutions consécutives* (fonctions ondelettes et analyse multi-résolution). La première étape de ces algorithmes consiste à séparer le signal en deux composantes, une composante lisse qui donne l'allure générale du signal et une composante qui en fournit les détails. L'image lisse est le signal tel qu'on le voit à la moitié de la résolution la plus fine : avec deux fois moins d'échantillons. On obtient cette image à l'aide d'un filtre passe-bas qui correspond à la fonction échelle. Les détails s'obtiennent en utilisant un filtre passe-haut. Ils permettent de reconstituer le signal initial à partir de l'image lisse.

La deuxième étape consiste à répéter la procédure sur le signal à une résolution moitié. On sépare ce signal lissé en deux parties : un signal encore plus lissé (vu à un quart de la résolution du signal initial) et de nouveaux détails deux fois plus grands que les précédents. Pour cela, on dilate d'un facteur 2 la fonction échelle et l'ondelette. On réitère ensuite la procédure (voir plus loin l'application aux images).

2.3.2 Décomposition

Soient g et h des filtres miroirs conjugués. Les filtres miroirs conjugués sont un cas particulier des bancs de filtres à reconstruction parfaite. La nature dyadique de l'approximation multirésolution est étroitement liée à la possibilité d'opérer des sous-échantillonnages

élémentaires du signal par suppression d'un terme sur deux, et des sur-échantillonnages élémentaires par insertion d'un zéro tous les deux coefficients.

Le calcul des coefficients $a_1[n]$ et $d_1[n]$ d'un signal dans V_j et W_j à partir de ses coefficients $a_0[n]$ dans V_{j-1} se fait par application des filtres miroirs conjugués puis par un sous-échantillonnage :

$$a_1[n] = a_0 * h_1[2n] \quad (2.13)$$

$$d_1[n] = a_0 * g_1[2n] \quad (2.14)$$

avec $h_1[n] = h[-n]$ et $g_1[n] = g[-n]$.

Les coefficients de h sont donnés par l'**équation d'échelle** :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\phi\left(\frac{t}{2}\right) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h[n]\phi(t-n) \quad (2.15)$$

et les coefficients de h sont donnés par l'**équation d'échelle sur l'ondelette** :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\psi\left(\frac{t}{2}\right) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g[n]\phi(t-n) \quad (2.16)$$

En pratique, cette récurrence est initialisée en assimilant les échantillons du signal aux coefficients de résolution la plus fine.

Inversement, la reconstruction de $a_0[n]$ à partir de $a_1[n]$ et de $d_1[n]$ se fait en insérant un zéro entre chaque échantillon puis en faisant la somme des convolutions avec h et g :

$$a_0[n] = z(a_1) * h[n] + z(d_1 * g[n]) \quad (2.17)$$

où l'opérateur z représente l'insertion de zéro.

2.3.3 Application aux images

En deux dimensions, la représentation en ondelettes peut être vue de la même manière qu'une représentation en ondelettes sur chacun des axes x et y (ondelettes séparables). On

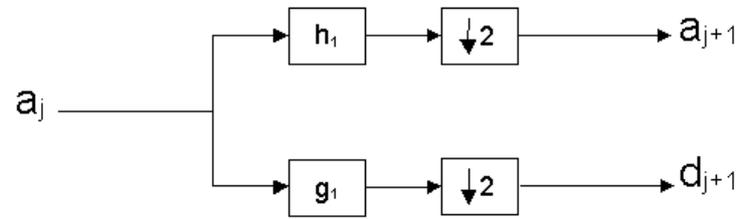


FIG. 2.1 – Transformation en ondelettes 1D.

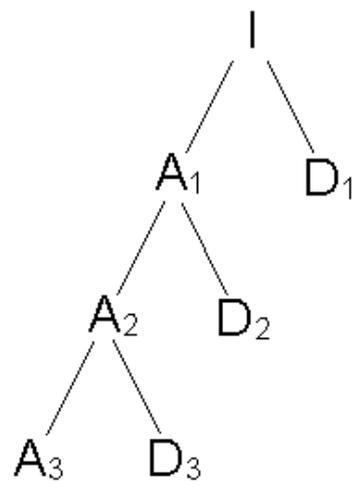


FIG. 2.2 – Arbre de décomposition en ondelettes 1D de profondeur 3.

utilise donc une extension de l'algorithme pyramidal à une dimension. A chaque étape on calcule :

$$L_n(b_i, b_j) = [H_x * [H_y * L_{n-1}]_{\downarrow 2,1}]_{\downarrow 1,2}(b_i, b_j) \quad (2.18)$$

$$D_{n1}(b_i, b_j) = [H_x * [G_y * L_{n-1}]_{\downarrow 2,1}]_{\downarrow 1,2}(b_i, b_j) \quad (2.19)$$

$$D_{n2}(b_i, b_j) = [G_x * [H_y * L_{n-1}]_{\downarrow 2,1}]_{\downarrow 1,2}(b_i, b_j) \quad (2.20)$$

$$D_{n3}(b_i, b_j) = [G_x * [G_y * L_{n-1}]_{\downarrow 2,1}]_{\downarrow 1,2}(b_i, b_j) \quad (2.21)$$

(où * représente l'opérateur de convolution, $\downarrow 2, 1(\downarrow 1, 2)$ est l'opérateur de décimation suivant les lignes (colonnes) et L_0 est l'image originale). H et G sont respectivement le filtre passe bas et le filtre passe haut. L_n est obtenue par filtrage passe bas ensuite un sous-échantillonnage d'ordre 2, cette composante est l'**approximation** de l'image originale à l'échelle n . Les composantes D_{ni} sont obtenues par filtrage passe haut dans une direction spécifique et donc elles contiennent l'information des détails à l'échelle n , elles sont appelées les **images de détails**. L'image originale est ainsi représentée par l'ensemble des imagettes à différents échelles ; $\{L_d, D_{ni} | i = 1, 2, 3, n = 1..d\}$ ce qui est une **représentation multiéchelle** de *profondeur* d de l'image originale.

2.3.4 Reconstruction

Le signal de départ peut être reconstruit à partir de sa pyramide. Puisque W_j et V_j sont complémentaires dans V_{j+1} , alors $(\sqrt{2^{-j}}\phi_{j,k}(x - 2^{-j}k), \sqrt{2^{-j}}\psi_{j,k}(x - 2^{-j}k))$ forment une base orthogonale de V_{j+1} .

On peut donc décomposer ϕ_{j+1} au point $(x - 2^{-j-1}k)$ sur cette base :

$$\phi_{j+1}(x - 2^{-j-1}k) = 2 \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(l - 2k)\phi_j(x - 2^{-j}l) + \tilde{g}(l - 2k)\psi_j(x - 2^{-j}l) \quad (2.22)$$

où \tilde{h} et \tilde{g} sont les filtres duaux de h et g , tels que $\tilde{h}(x) = h(-x)$ et $\tilde{g}(x) = g(-x)$. Le passage d'une résolution à une autre se fait en prenant le produit scalaire :

$$\begin{aligned} f_{j+1}(k) &= \langle f(x), \phi_{j+1}(x - 2^{-j-1}k) \rangle \\ &= 2 \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(l - 2k)f_j(l) + \tilde{g}(l - 2k)d_j \end{aligned} \quad (2.23)$$

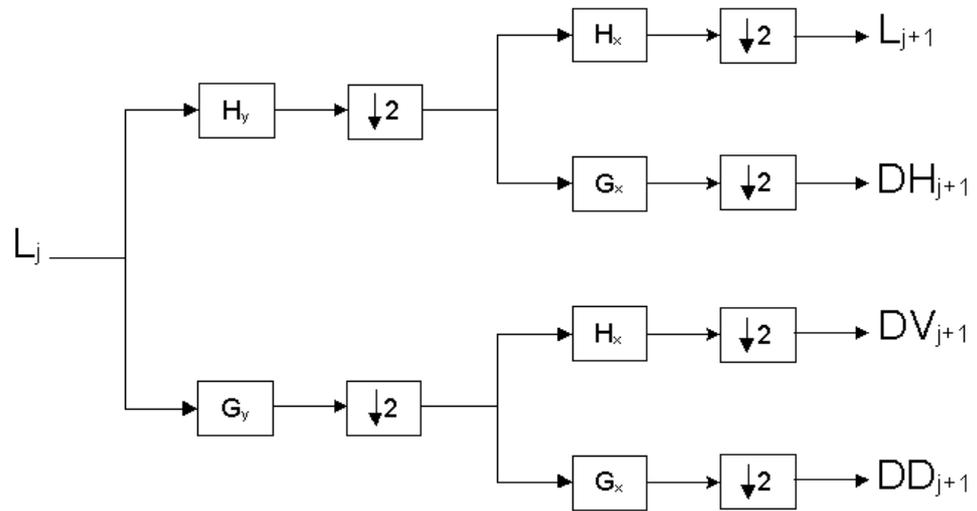


FIG. 2.3 – Transformation en ondelettes 2D.

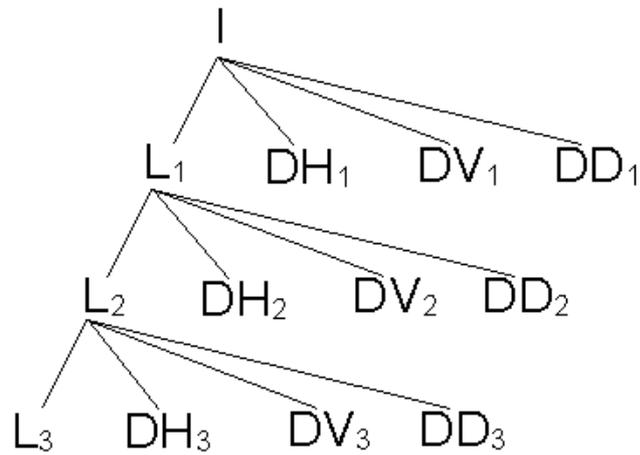


FIG. 2.4 – Arbre de décomposition en ondelettes 2D de profondeur 3.

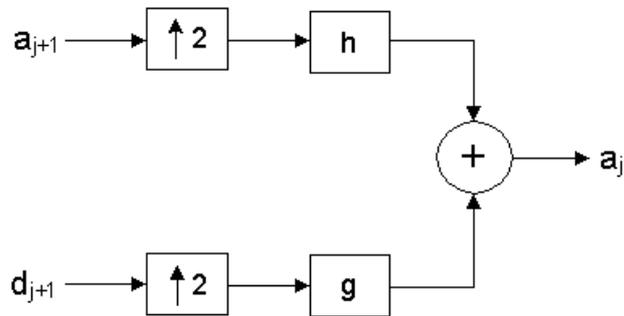


FIG. 2.5 – Reconstruction 1D de a_j à partir des coefficients d'ondelettes.

La fonction est donc reconstruite en mettant des zéros entre chaque échantillon de f_j et de d_j et en convoluant les signaux obtenus par les filtres \tilde{h} et \tilde{g} respectivement.

2.4 Exemples de bases d'ondelettes

Dans la littérature, il existe plusieurs types de bases d'ondelettes. Parmi ces bases, on peut citer :

- Ondelettes de Daubechies,
- Ondelettes de Meyer,
- Ondelettes de Symlets,
- Ondelettes de Coiflets.

La figure 2.7 montre la représentation graphique de quelques types d'ondelettes.

2.5 Les paquets d'ondelettes

Les bases d'ondelettes classiques sont un cas particulier des bases de paquets d'ondelettes. Ces dernières permettent de représenter mieux un signal dans le domaine échelle-fréquence.

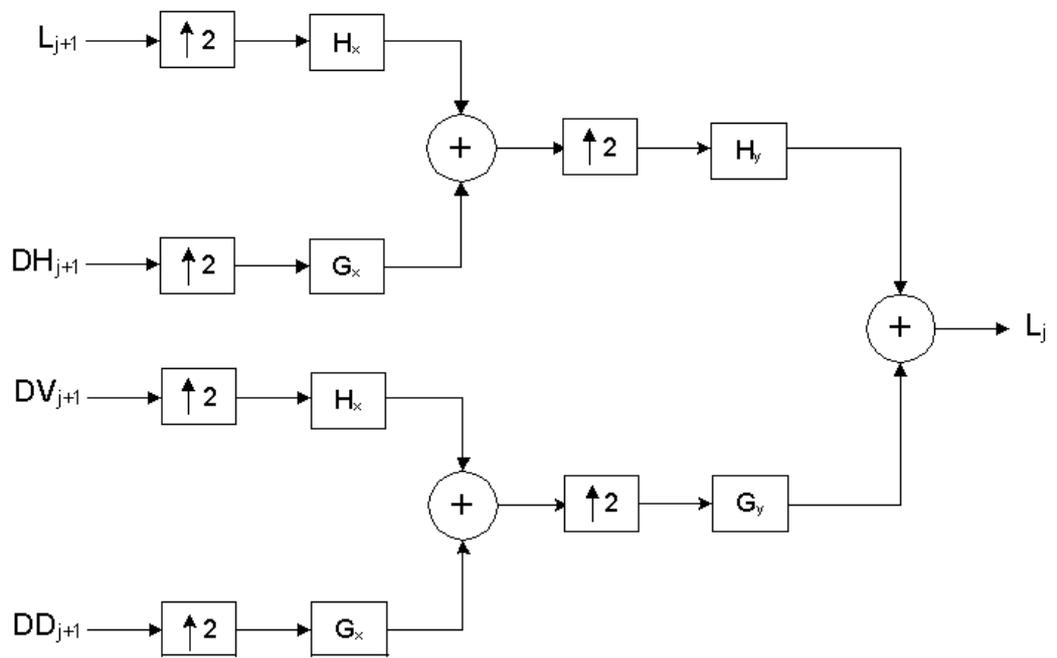


FIG. 2.6 – Reconstruction 2D de L_j à partir des coefficients d'ondelettes.

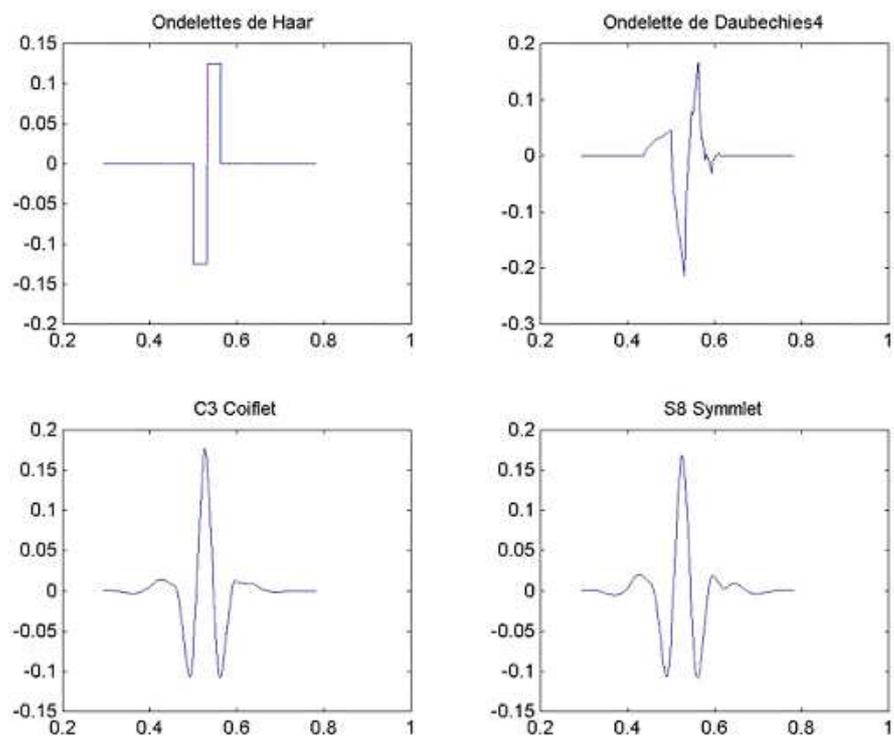


FIG. 2.7 – Exemples de types d'ondelettes.

Les paquets d'ondelettes sont introduites par Coifman, Meyer and Wickerhauser [21] par généralisation de la liaison entre les approximations multirésolution et ondelettes. Il s'agit de décomposer non seulement les approximation mais aussi les détails dans le but de détecter les périodicités principales qui existent dans une classe de texture.

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, on a vu donc l'importance des bases des ondelettes dans le domaine du traitement du signal et plus précisément dans le cas des images numériques qui permettent de représenter ces dernières dans des espaces plus adéquats et qui nous permettent surtout de représenter les données d'une façon décorélée.

Chapitre 3

Une approche probabiliste pour la description de la texture

Dans ce chapitre, on va définir la notion de texture dans le domaine du traitement d'images numériques et de citer ses caractéristiques visuelles et perceptuelles.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, on présentera un cadre de travail probabiliste pour la description de la texture en vue de la segmentation, classification et indexation d'images.

3.1 La texture

L'analyse d'une image conduit souvent à la découper en régions homogènes, ces régions homogènes pouvant ensuite servir de point de départ pour l'utilisation d'un algorithme de reconnaissance de formes. L'homogénéité d'une région est le plus souvent liée à la faible dispersion de la luminance des pixels qui la composent. Toutefois, les images provenant de scènes naturelles représentent souvent des objets dont la surface est constituée par la répétition d'un motif plus ou moins régulier dont la taille élémentaire peut être le pixel (bruit blanc par exemple). Dans ce cas, on dit que l'objet est **texturé**. Les critères d'homogénéité des régions sont alors beaucoup plus délicats à construire et font appel à la caractérisation des textures.

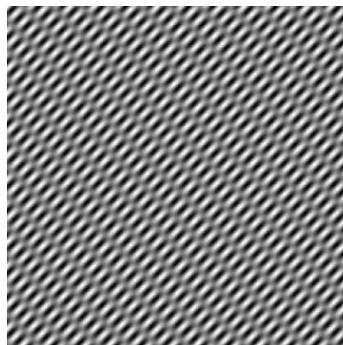
On distingue couramment deux types de textures : les textures déterministes et les textures stochastiques.

3.1.1 Textures déterministes

La texture apparaît comme la répartition spatiale régulière d'un unique motif géométrique, appelé **texton** par Julesz [16]. On parle alors de texture déterministe (Fig. 3.1).



(a)



(b)

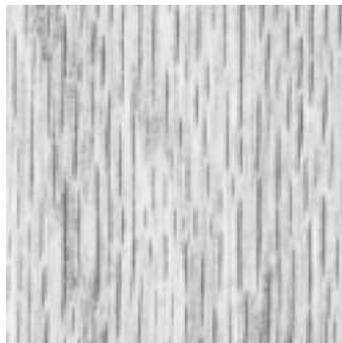
FIG. 3.1 – Exemples de textures déterministes.

Une région texturée est constituée par un réseau bidimensionnel répétant le motif original selon une direction et une période particulière. La description du motif élémentaire, les dimensions du réseau et son orientation suffisent alors à décrire complètement la texture. Cette définition ne convient qu'à des textures parfaitement régulières que l'on ne rencontre

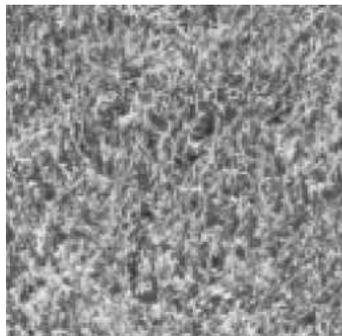
que rarement dans la réalité. Il est évident que l'image de la trame d'un textile et celle d'un champ de blé ne revêtent pas le même caractère de régularité géométrique dans la disposition des motifs texturaux.

3.1.2 Textures stochastiques

Pour des motifs et des arrangements irréguliers, la texture est dite stochastique. Une texture de ce type peut être considérée comme une réalisation d'un champ aléatoire bidimensionnel.



(a)



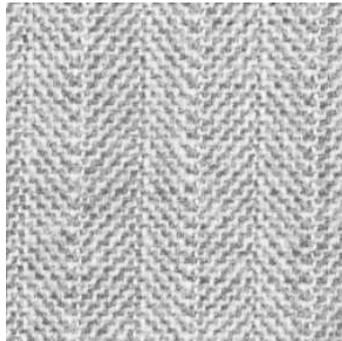
(b)

FIG. 3.2 – Exemples de textures stochastiques naturelles.

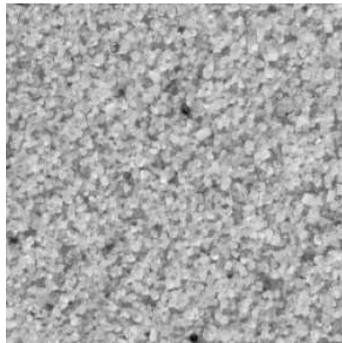
Remarques :

- On peut également donner une définition de la texture s'appuyant simultanément

sur les deux précédentes [10, 14] et définir la texture comme une structure spatiale constituée de motifs aléatoires. Cette approche est parfois utilisée pour identifier les paramètres de la répartition spatiale des motifs élémentaires (angle et dimension du réseau) [22]. (voir figure 3.3).



(a)



(b)

FIG. 3.3 – Exemples de textures quasi déterministes.

- Unser [24] donne également une définition perceptuelle de la texture : Une texture est une région d'une image pour laquelle il est possible de définir une fenêtre de dimensions minimales, telle qu'une observation au travers de celle-ci se traduit par une perception (impression) visuelle identique pour toutes les translations possibles de cette fenêtre à l'intérieur de la région considérée.

3.1.3 Texture et perception visuelle

La conjecture de Julesz [15] affirme que la vision humaine utilise principalement les statistiques d'ordre 2 des niveaux de gris pour percevoir les textures. C'est en fait une hypothèse pratique à considérer car elle correspond effectivement à la réalité pour la plupart des textures naturelles. Toutefois, il faut noter que Julesz puis Gagalowicz [10] ont trouvée des contre exemples à cette affirmation. En effet, il est possible de construire des textures, ayant des moments statistiques d'ordres 1 et 2 identiques, discernables à l'oeil après une observation attentive. Une explication à ce phénomène peut être trouvé dans les travaux de Gagalowicz [10] et, plus récemment, ceux de Coroyer [5] qui ont montré l'aspect non-gaussien de la plupart des textures naturelles alors que les statistiques d'ordre 2 ne permettent de décrire complètement que des processus à distribution gaussienne.

Malgré ces restrictions, certaines approches texturales très populaires, telle celle utilisant les matrices de cooccurrences [13], exploitent toujours cette conjecture. Cela résulte de la simplicité de leur mise en oeuvre et aux bons résultats qu'elles permettent d'obtenir. En effet, les travaux récents de Coroyer [5] montrent que les statistiques d'ordre supérieures à 2 ne sont pas aisées à utiliser et nécessitent plus d'échantillons pour l'obtention de résultats fiables. Il semble que leur intérêt majeur est de fournir en analyse une meilleure robustesse au bruit. Mais, à notre connaissance, aucune étude comparative complète n'a été menée à ce jour pour apporter une conclusion définitive à ce propos.

3.1.4 Notion d'attribut et de descripteur de texture

Définitions

L'étude de la texture des objets d'une image peut avoir des objectifs très divers : obtenir des informations sur la nature d'un objet, segmenter l'image en régions homogènes, améliorer la qualité de l'image (restauration), identifier la texture afin de la réduire à un ensemble de paramètres (compression d'images, indexation de texture)... Dans tous les cas, ces objectifs nécessitent l'extraction d'un ou de plusieurs paramètres caractéristiques

de cette texture. Nous désignerons ces paramètres sous le terme d'**attributs texturaux** (en anglais : textural features) ou **caractéristiques texturaux** et l'ensemble qu'ils constituent sous le terme de **descripteur** de texture. Certains de ces paramètres correspondent à une propriété visuelle de la texture (comme l'orientation ou la rugosité). D'autres correspondent à des propriétés purement mathématiques auxquelles il est difficile d'associer une qualification perceptive.

Un recensement ainsi qu'une classification des termes de description des textures employés par les principaux auteurs pourront être trouvés dans [2, 1]. Les attributs texturaux peuvent être obtenus à partir d'un ensemble assez vaste de différentes théories mathématiques. Citons notamment :

- Les attributs fondés sur des calculs statistiques effectués sur les niveaux de gris des pixels de l'image. C'est le cas des statistiques classiques, et des matrices de cooccurrences [13] ou de longueurs de plages [11] ainsi que les méthodes utilisant directement la fonction de covariance ou les statistiques d'ordre supérieur [10, 5].
- Les attributs obtenus à la suite de transformations orthogonales appliquées aux images (Transformées de Fourier [20], Ondelettes [17] ...). Les attributs texturaux seront alors calculés dans des domaines différents de celui de la grille spatiale des luminances (domaine spectral par exemple).
- D'autres méthodes, basées par exemple sur la morphologie mathématique [9], l'application de filtres [25]...
- Les attributs provenant de l'identification des paramètres d'un modèle de texture (CM, modèle AR 2-D, etc...).

Critère de choix d'un attribut textural

Face à la variété des méthodes permettant d'obtenir des attributs de textures, une des premières difficultés rencontrées est le choix d'une approche pour aborder un problème en traitement d'images texturées, et, dans le cadre de cette approche, le choix du ou des "bons" attributs texturaux. Des études comparatives ont été menées pour confronter approches et

indicateurs pour une classe d'images particulière. On peut également trouver dans certaines applications, différentes démarches de sélection des attributs adéquats.

Les solutions généralement proposées sont les suivantes :

- Choix arbitraire d'un ou plusieurs attributs en fonction de l'adéquation entre la propriété texturale décrite par l'attribut et la caractéristique à identifier [12]. Cette approche (empirique) peut par exemple convenir pour caractériser la qualité d'un matériau par l'estimation de la rugosité de sa texture.
- Utilisation d'un réseau de neurones avec de multiples attributs texturaux en entrée avec une phase d'apprentissage pour permettre au réseau d'affecter des poids significatifs aux attributs les plus appropriés. Cette méthode manque peut être d'élégance mais simplifie l'analyse en éludant le problème posé.
- Réalisation d'une phase préalable d'étude des textures présentes dans les images à traiter par une Analyse Factorielle Discriminante, pour déterminer, parmi un ensemble d'attributs, ceux qui sont les plus pertinents. Si l'ensemble d'apprentissage est correctement choisi, cette approche permettra de sélectionner l'attribut ou la combinaison linéaire d'attributs la plus efficace pour distinguer les textures à étudier.
- Pour la segmentation d'images texturées [19] ou la classification de texture [25], même s'il n'est pas certain a priori que l'utilisation d'un modèle stochastique permettra d'obtenir les meilleurs résultats, certains algorithmes ne nécessitent pas une étape de sélection d'attributs. Les paramètres issus du modèle sont tous pris en compte afin d'optimiser un critère probabiliste ou minimiser une distance. Des critères de sélection doivent être néanmoins utilisés mais ils portent alors sur la spécification du modèle retenu (taille du support, forme du support).

3.2 Un cadre cohérent pour la description de la texture

Dans cette section on va étudier brièvement l'approche de Brady et al. [3]. La texture est modélisée par une distribution de probabilité qui exprime la probabilité d'une image présentant cette texture. Comme la texture plane est, par sa nature, infiniment extensible, ses probabilités sont définies sur l'espace des images infinies D_∞ .

On note une telle probabilité par :

$$Pr(\phi|\lambda \equiv l, B_l) \quad (3.1)$$

avec ϕ une image infinie ; B_l est l'ensemble des paramètres du modèle de la texture $l \in L$, l'ensemble des textures ; et $\lambda : D_\infty \rightarrow L$ est le diagramme de classe, qui fait correspondre chaque pixel à une texture l .

Néanmoins en pratique, dans l'analyse ou la segmentation de textures, on travaille avec des images de textures définies sur des régions finies. Ceci signifie qu'on a besoin de définir nos distributions de probabilité non pas sur l'espace des images infinies mais sur l'espace des images définies sur une région finie $R \subset D_\infty$. Pour cela on a besoin de marginaliser l'équation 3.1 sur toutes les valeurs des pixels en dehors de cette région.

Soit Φ l'espace des images infinies et $R \subset D_\infty$ une région. \bar{R} est le complément de cette région. On note l'espace des images définies sur R par Φ_R et sur \bar{R} par $\Phi_{\bar{R}}$. La figure 3.4 montre une représentation visuelle des applications qui sont définies sur Φ et les sous espaces Φ_R et $\Phi_{\bar{R}}$.

La surjection π_R restreint une image infinie dans Φ à une région R et $\pi_{\bar{R}}$ restreint une image infinie à \bar{R} . L'injection i_R fait correspondre une image définie sur une région à une image infinie telle que les pixels en dehors de la région sont tous nuls. Même définition pour $i_{\bar{R}}$. Ces quatre applications permettent de définir deux projections P_R et $P_{\bar{R}}$:

$$\begin{aligned} P_R &= i_R \pi_R \\ P_{\bar{R}} &= i_{\bar{R}} \pi_{\bar{R}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

qui génère une décomposition orthogonale de Φ telle qu'une image infinie peut s'écrire sous cette forme :

$$\phi = P_R(\phi) + P_{\bar{R}}(\phi) \quad (3.3)$$

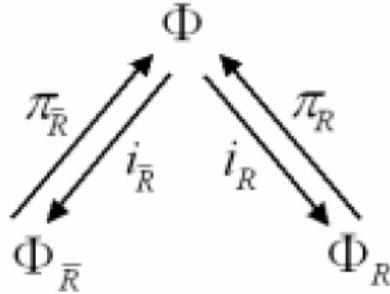


FIG. 3.4 – Les différents applications définies sur Φ_R .

Si maintenant on marginalise la distribution de l'équation 3.1 sur $\Phi_{\bar{R}}$, on aboutit à la mesure de probabilité d'une image dans une région finie R :

$$Pr(\Phi_R|\cdot) = \int_{\Phi_{\bar{R}}} Pr(\Phi|\cdot) \quad (3.4)$$

qui va résoudre le problème de limite pour la texture.

On suppose que le modèle choisi est le modèle gaussien. Dans ce cas la distribution de probabilité est exprimée sous cette forme :

$$Pr(\phi|\cdot) = |F/\pi|^{\frac{1}{2}} e^{-\langle \phi - \mu | F | \phi - \mu \rangle} \quad (3.5)$$

où $\langle I | J \rangle$ est le produit interne des fonctions $|I\rangle$ et $|J\rangle$ dans l'espace des images, $F|\phi\rangle$ est l'action de F sur ϕ , μ est la moyenne de ϕ et $|F|$ est le déterminant de F . Dans le domaine spatiale la distribution gaussienne prend la forme :

$$Pr(\phi|\cdot) = |F/\pi|^{\frac{1}{2}} e^{-\sum_{(x,x') \in D_\infty} (\phi(x) - \mu) F(x,x') (\phi(x') - \mu)} \quad (3.6)$$

où $F(x, x')$, la matrice de covariance inverse, mesure les corrélations spatiales dans l'image ϕ . Elle est diagonale dans la base spatiale seulement si toutes les valeurs des pixels dans l'image sont indépendantes les unes des autres.

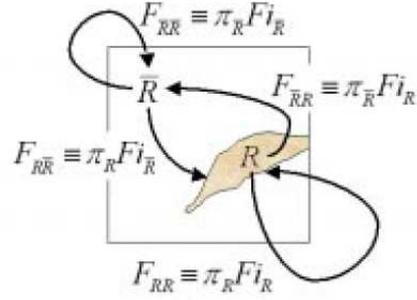


FIG. 3.5 – Décomposition de F par les projections P_R et $P_{\bar{R}}$.

Une fois on spécifie une région finie R pour une analyse, l'opérateur F peut être décomposé en quatre parties en utilisant la décomposition orthogonale de Φ par les projections données par l'équation 3.2. Les différentes décompositions peuvent être vues par la figure 3.5 : F_{RR} représente la corrélation entre les pixels situés dans la région R , $F_{R\bar{R}}$ représente la corrélation entre les pixels en dehors de la région R et les pixels situés dans cette dernière, $F_{\bar{R}R}$ mesure la corrélation entre les pixels de la région R et ceux en dehors de R et $F_{\bar{R}\bar{R}}$ mesure la corrélation entre les pixels en dehors de la région R .

$$\begin{aligned}
 F_{RR} &= \pi_R F i_R \\
 F_{R\bar{R}} &= \pi_R F i_{\bar{R}} \\
 F_{\bar{R}R} &= \pi_{\bar{R}} F i_R \\
 F_{\bar{R}\bar{R}} &= \pi_{\bar{R}} F i_{\bar{R}}
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

En décomposant l'opérateur F de cette manière et après marginalisation sur $\phi_{\bar{R}}$, comme donné par l'équation 3.4, on aura la mesure de probabilité suivante pour une image ϕ restreinte à la région finie R :

$$Pr(\phi_R|\cdot) = Z^{-1} e^{-\langle \phi_R - \mu_R | G_R | \phi_R - \mu_R \rangle} \tag{3.8}$$

où $G_R \equiv F_{RR} - F_{R\bar{R}}(F_{\bar{R}\bar{R}})^{-1}F_{\bar{R}R}$ et μ_R représente la moyenne de l'image infinie ϕ restreinte à la région R .

3.3 Calcul de la probabilité d'une texture dans une région

Le calcul de la probabilité par l'équation 3.8 exige la diagonalisation de l'opérateur G_R . Une façon de faire ceci est de trouver un ensemble B de fonctions dans la région défini par :

$$B = \{|a\rangle : a \in A\}, A \text{ est un ensemble d'indices.} \quad (3.9)$$

qui satisfait les deux conditions suivantes :

1. L'ensemble $i_R|a\rangle : a \in A$ sont les fonctions propres de l'opérateur F (avec f_a les valeurs propres);
2. L'ensemble B forme une base orthonormée pour les fonctions dans R ;

La première condition implique que le support de $F i_R|a\rangle$ est dans la région R . Ainsi le second terme dans l'expression de G_R est nul et le premier terme devient $f_a|a\rangle$. La seconde expression signifie que G_R est diagonalisable par B , qui nous permet d'écrire la densité de probabilité sous cette forme :

$$P_T(\phi|\cdot) = \prod_{a \in A} \left(\frac{f_a}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\sum_{a \in A} f_a \langle \phi_R - \mu_R | a \rangle \langle a | \phi_R - \mu_R \rangle} \quad (3.10)$$

Ainsi, si on arrive à trouver un tel ensemble B qui satisfait les deux conditions ci-dessus alors on peut diagonaliser l'opérateur G_R , d'où on aura une expression de la probabilité d'une image définie sur la région R qui est relativement rapide à calculer. Maintenant, la question à poser est comment faire pour trouver un tel ensemble B ?

3.3.1 Utilisation des paquets d'ondelettes

Comme une texture peut apparaître dans une image arbitrairement translatée, la mesure de probabilité dans Φ doit être invariante par translation. Par conséquent :

- La moyenne μ doit être constante, ainsi sa transformée de Fourier est la fonction delta :

$$\mu(k) \propto \delta(k)$$

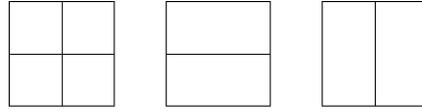


FIG. 3.6 – Les différents types de divisions du domaine de Fourier.

- L'opérateur F est diagonal dans la base de Fourier :

$$F(k, k') = f(k)\delta(k, k')$$

Cela signifie que notre mesure est maintenant caractérisée par une fonction f dans le domaine de Fourier :

$$Pr(\phi|\cdot) = |F/\pi|^{\frac{1}{2}} e^{-\int_k f(k)(\phi^*(k)-\mu^*(k))(\phi(k)-\mu(k))} \quad (3.11)$$

avec $*$ est le conjugué complexe. Pour une fonction arbitraire $f(k)$, il est difficile de trouver un ensemble B qui satisfait les conditions données précédemment. Ainsi, on doit choisir un ensemble de fonctions f qui est varié suffisamment pour détecter la structure présente dans la texture, mais limité à cause des deux conditions. Pour cela, on considère l'ensemble \mathcal{T} des arbres enracinés sachant que chaque noeud possède quatre fils ou deux fils et une étiquette appartenant à l'ensemble $\{H, V\}$. Chaque un de ses arbres correspond à une décomposition dyadique du domaine de Fourier. Un sommet avec quatre fils correspond à une division *quadarbre*, alors qu'un sommet avec deux fils correspond à une division soit suivant la direction de $x(H)$, soit suivant la direction de $y(V)$. Les divisions du domaine de Fourier correspondantes à chaque type de sommet sont données par la figure 3.6.

En se basant sur l'ensemble \mathcal{T} , on définit l'ensemble des fonctions \mathcal{F} par :

$$\mathcal{F} = \bigcup_{T \in \mathcal{T}} \mathcal{F}_T \quad (3.12)$$

où

$$\mathcal{F}_T = \{f : f \text{ est une fonction constante par morceaux sur } T\}. \quad (3.13)$$

En se donnant un arbre $T \in \mathcal{T}$, et une ondelette mère, on peut définir une base de paquets d'ondelettes B_T , chaque feuille de l'arbre correspond à une sous-bande. A cause de la constance par morceaux des fonctions dans \mathcal{T} , les éléments de la base sont ainsi les fonctions propres approximatives des opérateurs définis par ces fonctions. Ces éléments de la base, dont leurs supports se trouvent dans R , vérifient la condition 1 avec une certaine approximation. Notre tâche suivante est de compléter l'ensemble des ondelettes dans la région R dans le but de former une base pour la région et ainsi pour satisfaire la condition 2. Cette base dépend de la forme de la région R .

3.3.2 Régions de forme dyadique

On peut utiliser une décomposition en paquets d'ondelettes décimée pour obtenir une base pour R . En se donnant une partition T et une fonction $f \in \mathcal{F}_{\mathcal{T}}$, la distribution pour une région dyadique R prend la forme :

$$Pr(\phi_R|f, T) = \prod_t \left[\left(\frac{f_t}{\pi} \right)^{\frac{N_t}{2}} e^{-f_t \sum_{i \in t} (\omega_{t,i}^2 - \nu_t)} \right] \quad (3.14)$$

où t est l'indice des sous bandes de T ; f_t est la valeur (constante) de f associé à la sous bande t ; i est l'indice des coefficients d'ondelettes pour chaque sous bande; $\omega_{t,i}$ est le $\langle t, i \rangle$ coefficient d'ondelettes de l'image ϕ_R ; ν_t est la moyenne de la sous bande t ; et N_t est le nombre de coefficients dans la sous bande t .

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre on a étudié une approche probabiliste cohérente pour la description d'une classe de texture et pour qu'on puisse calculer la probabilité d'une telle texture.

Dans le chapitre 5, on donnera les différents modèles choisis pour modéliser la densité de probabilité d'une classe de texture en vue de la segmentation d'images ou de l'indexation d'images.

Chapitre 4

Les modèles de texture d'apprentissage adaptatifs

Dans le chapitre précédent, nous avons donné une approche probabiliste adaptative pour la description de la texture en utilisant les paquets d'ondelettes adaptatifs [6]. La figure 4.1 montre un exemple de texture Raffia¹. La décomposition optimale en paquets d'ondelettes adaptatifs de cette texture est donnée par la figure 4.2. Soient t_1 , t_2 et t_3 des exemples de sous-bandes qui sont modélisées respectivement par une gaussienne, une gaussienne généralisée et une mixture de gaussiennes.

On va supposer que pour chaque sous bande, la distribution de probabilité peut être gaussienne (G), gaussienne généralisée (GG) ou mixture de gaussiennes avec contrainte (MoG). Les modèles considérés seront ainsi paramétrés par les données suivantes :

1. une partition dyadique T , qui, avec la donnée d'une ondelette mère, définit une base de paquets d'ondelettes ;
2. une application μ de T dans l'ensemble M des trois modèles, $\{G, GG, MoG\}$, qui donne le modèle utilisé pour chaque sous bande ;
3. une application θ de T dans l'espace des paramètres du modèle pour chaque sous bande.

¹C'est un exemple de texture de la base d'images Brodatz [4].

Ensuite, notre objectif est de construire les différents modèles avec la donnée d'exemples des classes particulières de textures.

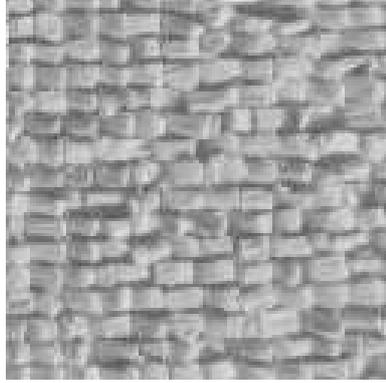


FIG. 4.1 – La texture raffia.

4.1 Estimation MAP : Probabilités

On va utiliser une estimation MAP pour trouver les paramètres donnés ci-dessus. On considère un ensemble d'images d'apprentissage $\{\phi_n : n \in N\}$ ensuite on calcule la probabilité *a posteriori* :

$$Pr((\theta, \mu, T) | \{\phi_n\}, A, \beta) \propto Pr(\{\phi_n\} | (\theta, \mu, T)) Pr(\theta | \mu, T, A) Pr(\mu | T) Pr(T | \beta). \quad (4.1)$$

où A et β deux paramètres qui sont supposés connus pour le moment et on va étudier plus loin le rôle de ses deux paramètres sur la décomposition en paquets d'ondelettes. Ensuite, nous choisirons les valeurs des paramètres T , μ et θ qui maximisent cette probabilité.

Le premier terme représente la vraisemblance des données d'apprentissages, qui est donné par le produit sur tout N des probabilités de chaque image, qui sont données par la formule suivante (on enlève l'indice n pour la lisibilité) :

$$Pr(\phi | (\theta, \mu, T)) = \prod_{t \in T} Pr(\omega_t | \theta(t), \mu(t)), \quad (4.2)$$

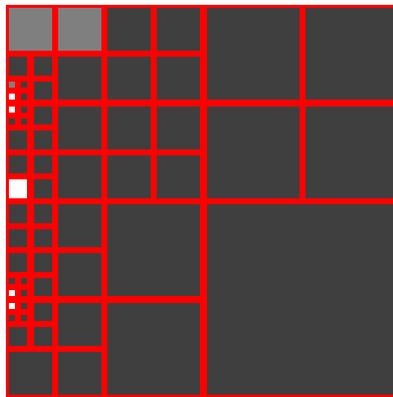


FIG. 4.2 – La décomposition optimale en paquets d'ondelettes adaptatifs de la texture raffia. Les sous-bandes représentées en noir, gris et blanc correspondent respectivement au modèle gaussien, gaussien généralisé et mixture de gaussiennes.

où ω_t est l'ensemble des coefficients des paquets d'ondelettes dans la sous bande t .

Le second terme, la probabilité des paramètres du modèle sachant qu'on a l'arbre et le type du modèle, $Pr(\theta|\mu, T)$, est aussi un produit sur toutes les sous-bandes. Pour chaque sous bande, tous les paramètres sont supposés uniformément distribués sur une large gamme de valeurs, A . Ainsi nous avons :

$$Pr(\theta|\mu, T, A) = \prod_{t \in T} A^{-dim(\mu(t))} = \prod_{t \in T} e^{-dim(\mu(t)) \ln(A)}, \quad (4.3)$$

où $dim(m)$ est la dimension de l'espace des paramètres associés au model $m \in M$. Notons que ce terme pénalise la complexité du modèle. A est déterminé expérimentalement.

Le troisième facteur, $Pr(\mu|T)$, est aussi simple. Nous supposons que tous les modèles ont la même probabilité *a priori* égale à $1/3$, on aura donc :

$$Pr(\mu|T) = \prod_{t \in T} \frac{1}{3} = e^{-|T| \ln(3)}, \quad (4.4)$$

où $|T|$ est la cardinalité de la partition T .

Le dernier facteur, $Pr(T|\beta)$ est donné par :

$$Pr(T|\beta) = Z^{-1}(\beta) e^{-\beta|T|}, \quad (4.5)$$

où β pénalise la complexité de décomposition et $Z(\beta)$ est un facteur de normalisation. Cette probabilité *a priori* pénalise les bases formées par plusieurs sous-bandes, et permet de régulariser les fonctions μ et θ vues comme des fonctions de fréquence.

4.2 Estimation MAP : algorithme de décomposition

L'équation 4.1 a la forme :

$$\begin{aligned} Pr((\theta, \mu, T)|\{\phi_n\}, A, \beta) &= \prod_{t \in T} e^{-E(\omega_t, \theta(t), \mu(t), t, A, \beta)} \\ &= e^{-L((\theta, \mu, T)|\{\phi_n\}, A, \beta)} = e^{-\sum_{t \in T} E(\omega_t, \theta(t), \mu(t), t, A, \beta)}, \quad (4.6) \end{aligned}$$

avec E est définie par la combinaison de toutes les équations précédentes. Cette forme de la probabilité simplifie le calcul de l'estimation MAP. Pour une partition donnée T , seulement

les deux premiers facteurs de l'équation 4.1 entre dans l'estimation de μ et θ . En plus, les estimateurs de $\mu(t)$ et ses paramètres $\theta(t)$, pour chaque élément de T , sont seulement en fonction des données ω_t de cet élément, qui sont notés $\mu^*(t, \omega_t)$ et $\theta^*(t, \omega_t)$ respectivement. Par conséquent, la fonction E devient seulement en fonction de t et ω_t , qui sera notée $E^*(t)$, qui va conduire à définir une fonction $L^*(T) = \sum_{t \in T} E^*(t)$.

On peut donc considérer que l'estimation MAP de T implique une recherche dans l'ensemble \mathcal{T} de toutes les partitions dyadiques (ou *quadarbres*) jusqu'à une profondeur maximale. Cet ensemble est énorme et on ne peut pas faire une recherche exhaustive. Soit \oplus est l'opérateur quaternaire qui fait correspondre quatre quadarbres T_k de profondeur d au quadtree $\oplus_k T_k$ de profondeur $d + 1$ en mettant T_k un fils d'un nouveau noeud père. L'estimation MAP de T consiste alors à minimiser sur tout l'ensemble des arbres de profondeur maximale D , \mathcal{T}_D , la fonction $L : \mathcal{T}_D \rightarrow \mathbb{R}$. Ce problème de minimisation peut s'écrire sous cette forme :

$$\min_{T \in \mathcal{T}_D} (L^*(T)) = \min \left\{ L^*(T_0), \min_{\{T_k\} \in (\mathcal{T}_{D-1})^4} L^*(\oplus_k T_k) \right\},$$

où T_0 est l'arbre avec un seul noeud. En utilisant maintenant le fait que $L^*(T) = \sum_{t \in T} E^*(t)$, on aura :

$$\begin{aligned} \min_{T \in \mathcal{T}_D} (L^*(T)) &= \min \left\{ L^*(T_0), \min_{\{T_k\} \in (\mathcal{T}_{D-1})^4} \sum_k L^*(T_k) \right\} \\ &= \min \left\{ L^*(T_0), \sum_k \min_{T_k \in \mathcal{T}_{D-1}} L^*(T_k) \right\}. \end{aligned}$$

D'après la condition de borne, $\min_{T \in \mathcal{T}_0} L^*(T) = L^*(T_0)$, on peut utiliser une recherche récursive de l'arbre T_D pour calculer l'estimation MAP des paramètres T , μ et θ .

4.3 Estimation MAP de μ^* et θ^*

Ces deux paramètres ne dépendent que des deux premiers facteurs de l'équation 4.1 et plus précisément ne dépendent que de la sous bande t . D'après les équations 4.2 et 4.3, ces deux paramètres sont déterminés en maximisant la quantité suivante :

$$Pr(\omega_t | \theta(t), \mu_t) e^{-dim(\mu(t)) \ln(A)}. \quad (4.7)$$

Le modèle gaussien est mono-dimensionnel pour toutes les sous-bandes sauf pour celles qui correspondent aux coefficients d'échelles et pour ces dernières il est bidimensionnel. Le modèle gaussien généralisé est monodimensionnel alors que le modèle de mixture de gaussiennes avec contrainte est de dimension quatre.

Pour chaque choix du modèle, $\mu(t) \in M$, la maximisation de $\theta(t)$ peut être calculée seulement par le premier facteur de la fonction 4.7.

Dans les prochains paragraphes, on va donner l'expression de la probabilité pour chaque modèle et les expressions de ses paramètres.

4.3.1 Le modèle gaussien

Pour le modèle gaussien, on a l'expression de la probabilité suivante :

$$Pr(w_t | \theta(t), \mu_t = G) = (f_t / \pi)^{\frac{N_t}{2}} e^{-f_t \sum_{i \in t} (w_{t,i} - \nu_t)^2}, \quad (4.8)$$

avec $N_t = |t|$ est le nombre des coefficients d'ondelettes de la sous-bande t , et $i \in t$ est l'indice des coefficients d'ondelettes dans la sous-bande t . Les paramètres du modèle gaussien pour chaque sous bande sont ainsi f_t , l'inverse de la variance, et ν_t , la moyenne, qui est nulle pour toutes les sous-bandes à l'exception de celles qui correspondent aux coefficients d'échelles. Nous avons donc les expressions des paramètres suivantes :

$$\nu_t^* = \begin{cases} \frac{\sum_{i \in t} w_{t,i}}{N_t} & \text{coefficients d'échelles ,} \\ 0 & \text{pour toutes les autres sous-bandes ,} \end{cases}$$

$$f_t^* = \frac{N_t}{2 \sum_{i \in t} (w_{t,i} - \nu_t^*)^2}.$$

La figure 4.3 montre l'ajustement du modèle gaussien de la sous-bande t_1 donnée par la figure 4.2.

4.3.2 Le modèle gaussien généralisé

Pour le modèle gaussien généralisé, on a l'expression de la probabilité suivante :

$$Pr(w_t | \theta(t), \mu(t) = GG) = Z^{-N_t} (f_t, s_t) e^{-f_t \sum_{i \in t} |w_{t,i}|^{s_t}}. \quad (4.9)$$

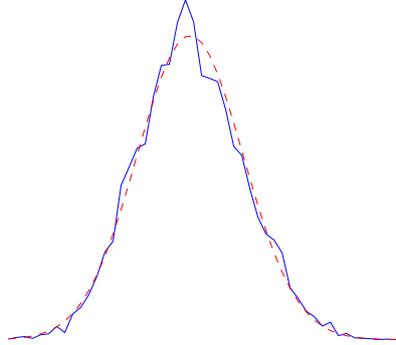


FIG. 4.3 – Résultat d’ajustement du modèle gaussien de la sous-bande t_1 . L’histogramme observé est représenté par la courbe en continue et celui qui est estimé en pointillée.

s_t est appelé *facteur de forme*, et f_t contrôle la largeur de la distribution; Z est une constante de normalisation donnée par :

$$Z = \frac{\Gamma(1 + s_t^{-1})}{2f_t^{1/s_t}} .$$

En différenciant le logarithme de l’équation 4.9 par rapport aux paramètres f_t et s_t , nous trouvons :

$$\begin{aligned} N_t - s_t f_t \sum_{i \in t} |w_{t,i}|^{s_t} &= 0 \\ N_t (\ln(f_t) - \Psi(1 + s_t^{-1})) + s_t^2 f_t \sum_{i \in t} |w_{t,i}|^{s_t} \ln(|w_{t,i}|) &= 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

où Ψ est la fonction digamma. Nous résolvons le système non linéaire 4.10 en f_t et s_t numériquement pour f_t et s_t en utilisant l’algorithme décrit par Do et Vetterli [8].

La figure 4.4 montre l’ajustement du modèle gaussien généralisé pour la sous-bande t_2 donnée par la figure 4.2.

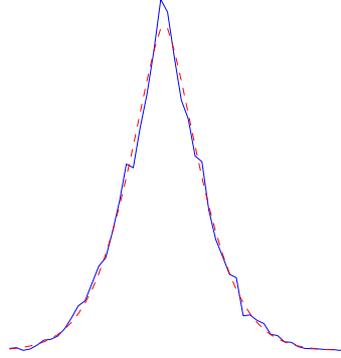


FIG. 4.4 – Résultat d’ajustement du modèle gaussien généralisé de la sous-bande t_2 . L’histogramme observé est représenté par la courbe en continue et celui qui est estimé en pointillée.

4.3.3 Le modèle de mixture de gaussiennes avec contrainte

Pour modéliser les sous-bandes bimodales, nous utilisons une mixture de trois gaussiennes avec contrainte :

$$\begin{aligned}
 \Pr(w_t | \theta(t), \mu(t) = \text{MoG}) &= \prod_{i \in t} \left[\sum_{a=0}^2 \frac{P_{t,a}}{(2\pi\sigma_{t,a}^2)^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{(w_{t,i} - \nu_{t,a})^2}{2\sigma_{t,a}^2}} \right] \\
 &= \prod_{i \in t} \left[\sum_{a=0}^2 P_{t,a} G_{t,i}(\nu_{t,a}, \sigma_{t,a}) \right] \quad (4.11)
 \end{aligned}$$

où $a \in \{0, 1, 2\}$ est l’indice des différentes composantes de la mixture. Les probabilités de mixture, $P_{t,a}$, les moyennes $\nu_{t,a}$ et les variances $\sigma_{t,a}^2$ obéissent aux contraintes de symétrie suivantes :

$$P_{t,1} = P_{t,2} \quad (4.12)$$

$$\nu_{t,1} = -\nu_{t,2} \quad (4.13)$$

$$\sigma_{t,1} = \sigma_{t,2} \quad (4.14)$$

$$\nu_{t,0} = 0, \quad (4.15)$$

Ainsi, le modèle de mixture de gaussienne possède quatre paramètres qui vont être estimés.

Ce problème d'estimation peut être résolu en utilisant l'algorithme EM (Expectation-Maximisation) [7, 18]. D'après les équations de mise à jour de l'algorithme EM dans le cas de mixture de gaussienne, et en imposant les contraintes données par les équations (4.12) jusqu'à (4.15), on peut montrer que ces équations prennent les formes suivantes :

$$P'_0 = \frac{1}{N} \sum_i P_0(i) \quad (4.16)$$

$$\nu'_1 = -\nu'_2 = \frac{1}{2} \left[\frac{\sum_i w_i P_1(i)}{\sum_i P_1(i)} - \frac{\sum_i w_i P_2(i)}{\sum_i P_2(i)} \right] \quad (4.17)$$

$$\sigma'_1 = \sigma'_2 = \left[\frac{\sum_i \sum_{a=1}^2 (w_i - \nu'_a)^2 P_a(i)}{\sum_i \sum_{a=1}^2 P_a(i)} \right]^{1/2} \quad (4.18)$$

$$\sigma'_0 = \left[\frac{\sum_i w_i^2 P_0(i)}{\sum_i P_0(i)} \right]^{1/2}, \quad (4.19)$$

avec

$$P_a(i) = \frac{G_i(\nu_a, \sigma_a) P_a}{\sum_{a=0}^2 G_i(\nu_a, \sigma_a) P_a}. \quad (4.20)$$

A chaque itération la vraisemblance des estimateurs augmentent jusqu'à atteindre un maximum local avec une certaine tolérance. La convergence de l'algorithme EM est garantie et il peut converger vers un maximum local [7, 18].

La figure 4.5 montre le modèle de mixture de gaussiennes de la sous-bande t_3 donnée par la figure 4.2.

4.4 Résultats expérimentaux

4.4.1 Stabilité de la décomposition en respectant A et β

Les différents modèles décrits précédemment exigent la sélection de deux paramètres : A , la gamme des valeurs allouées aux paramètres des différents modèles choisis, et β , contrôle la profondeur de la partition. Ces deux paramètres permettent la régularisation des deux applications θ et μ donc il est nécessaire de déterminer la gamme des valeurs possibles pour ces deux paramètres. Pour cela, deux types de tests peuvent être faits :

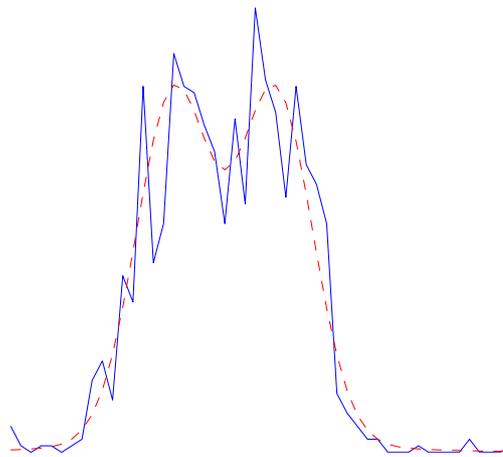


FIG. 4.5 – Résultat d’ajustement du modèle de mixture de gaussiennes pour la sous-bande t_3 . L’histogramme observé est représenté par la courbe en continue et celui qui est estimé en pointillée.

1. On fixe la valeur de A et on varie β entre 200 et 450. On considère dans ce cas seulement le modèle gaussien. La figure 4.6 montre le résultat de décomposition de la texture Raffia en variant la valeur de β .
2. On varie les valeurs des deux paramètres A et β pour contrôler la stabilité de la décomposition. Pour cela, on va prendre les gammes de valeurs $[0,20]$ et $[50,500]$ respectivement pour A et β . La figure 4.7 montre le résultat de décomposition de la texture raffia en variant les deux paramètres A et β .

4.4.2 Variation de la probabilité de décomposition optimale en fonction de la profondeur

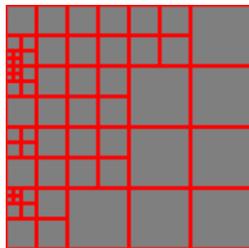
Dans ce paragraphe, on va étudier les variations de la probabilité de la décomposition optimale de la texture Raffia en fonction de la profondeur.

D'après la figure 4.8, la probabilité de la décomposition optimale augmente en fonction de la profondeur et à une certaine profondeur h^* , elle prend une valeur constante. Donc h^* représente la profondeur optimale de la décomposition en paquets d'ondelettes adaptatifs.

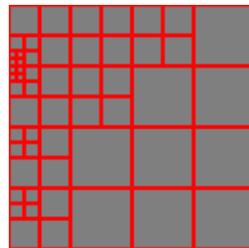
4.4.3 Modélisation des textures Brodatz

Dans ce paragraphe, on va essayer de modéliser quelques textures d'apprentissage prises de l'album Brodatz [4]. La figure 4.9 montre des exemples de textures Brodatz. Les résultats montrent que la multi-modalité est liée à la périodicité dans la texture considérée.

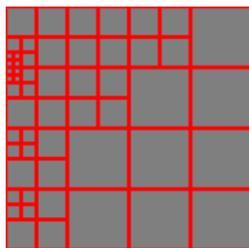
La décomposition optimale de la texture Raffia est obtenue pour $A = 5$ et $\beta = 300$. Le nombre de bandes obtenues est 57 : quatre sont modélisées par des gaussiennes, 49 par des gaussiennes généralisées et cinq par des mixtures de gaussiennes. La figure 4.10 montre quelques histogrammes unimodaux et multimodaux de la texture Raffia et ses modèles estimés. La figure 4.11 montre l'ensemble de tous les histogrammes observés et ses modèles estimés des sous-bandes obtenues par décomposition de la texture Raffia.



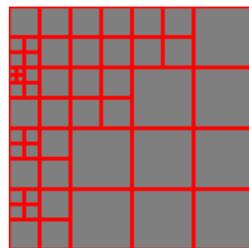
(a) $\beta = 200$



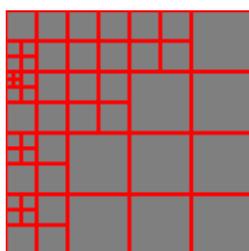
(b) $\beta = 250$



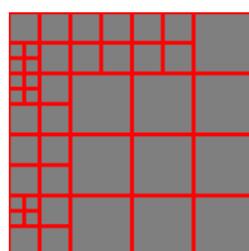
(c) $\beta = 300$



(d) $\beta = 350$

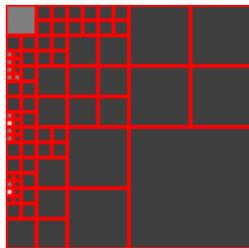


(e) $\beta = 400$

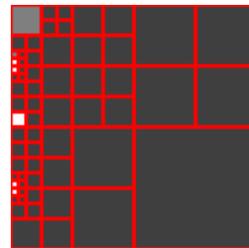


(f) $\beta = 450$

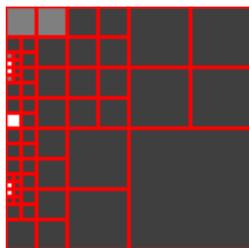
FIG. 4.6 – Les décompositions de la texture Raffia correspondantes à des valeurs différentes de β .



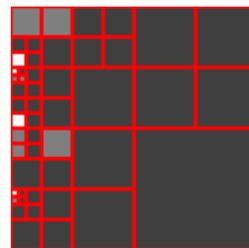
(a) $A = 17, \beta = 5$



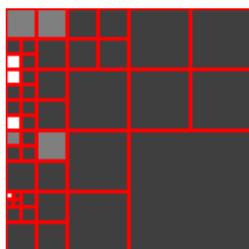
(b) $A = 2, \beta = 177$



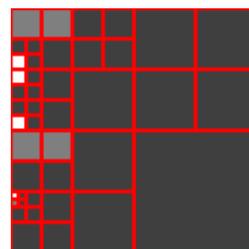
(c) $A = 4, \beta = 203$



(d) $A = 17, \beta = 370$

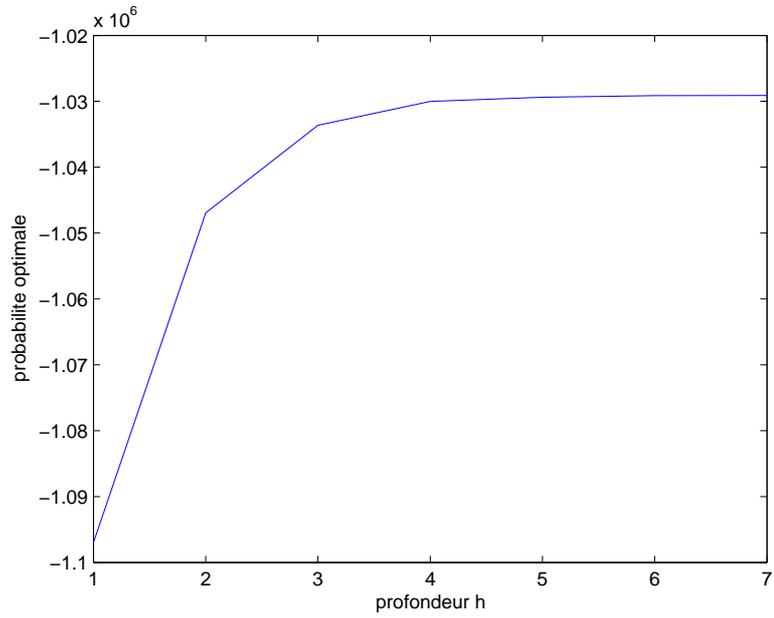


(e) $A = 13, \beta = 396$

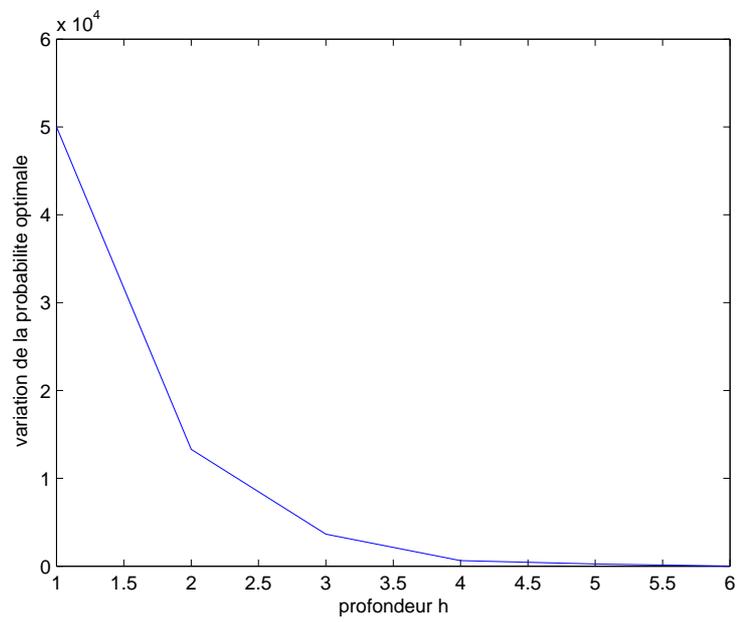


(f) $A = 19, \beta = 459$

FIG. 4.7 – Les décompositions de la texture Raffia correspondantes à des valeurs différentes de A et β .



(a)



(b)

FIG. 4.8 – Représentation de la (a) probabilité de décomposition optimale et de sa (b) variation en fonction de la profondeur.

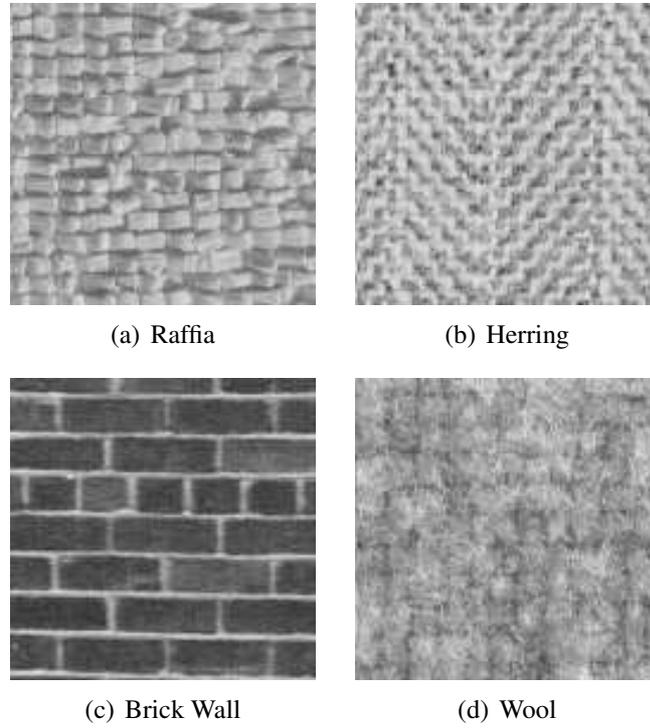


FIG. 4.9 – Exemples de textures Brodatz.

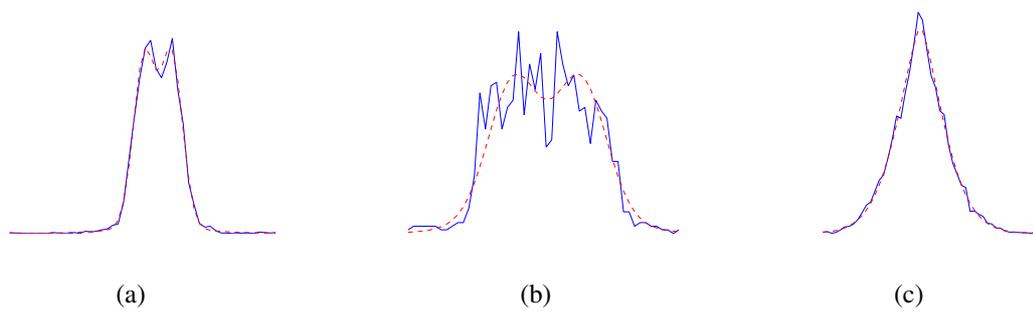


FIG. 4.10 – Histogrammes des coefficients des paquets d'ondelettes et ses différents modèles estimés de quelques sous-bandes de la texture Raffia.

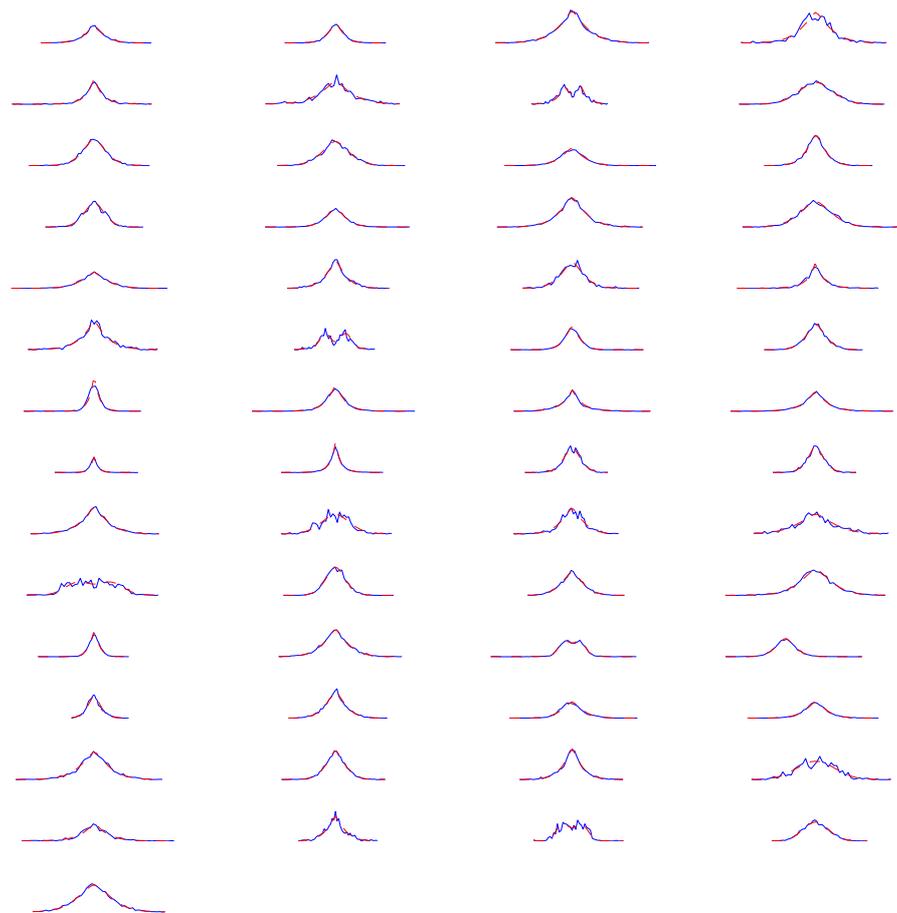


FIG. 4.11 – Histogrammes des coefficients d'ondelettes et les modèles estimés pour chaque sous-bande obtenue après décomposition de la texture Raffia.

4.4.4 Modélisation des textures de télédétection

Dans les images de télédétection la texture joue un rôle très important pour l'aspect visuel de l'image parce que ces images sont caractérisées par une haute résolution spatiale donc pour ce type d'images, il est intéressant de décrire une classe de texture pour la segmentation ou l'indexation d'images. La figure 4.12 montre un exemple de classe de texture qui est la texture d'un champs labouré qui peut être une entité d'une image de télédétection, et sa décomposition optimale en paquets d'ondelettes adaptatifs. Cette décomposition est obtenue en prenant $A = 5$ et β et la figure 4.13 donne les histogrammes des coefficients des paquets d'ondelettes adaptatifs de quelques sous-bandes bimodales.

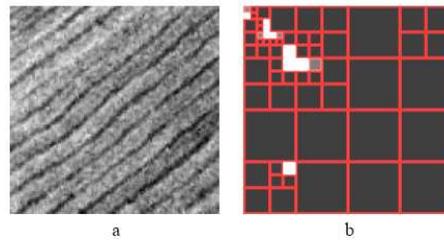


FIG. 4.12 – a) La texture du champs labouré et b) sa décomposition optimale en paquets d'ondelettes.

4.5 Conclusion

D'après l'étude précédente, les sous-bandes bimodales jouent un rôle très important pour la description d'une classe de texture, elles permettent de détecter les périodicités principales qui existent dans cette texture.

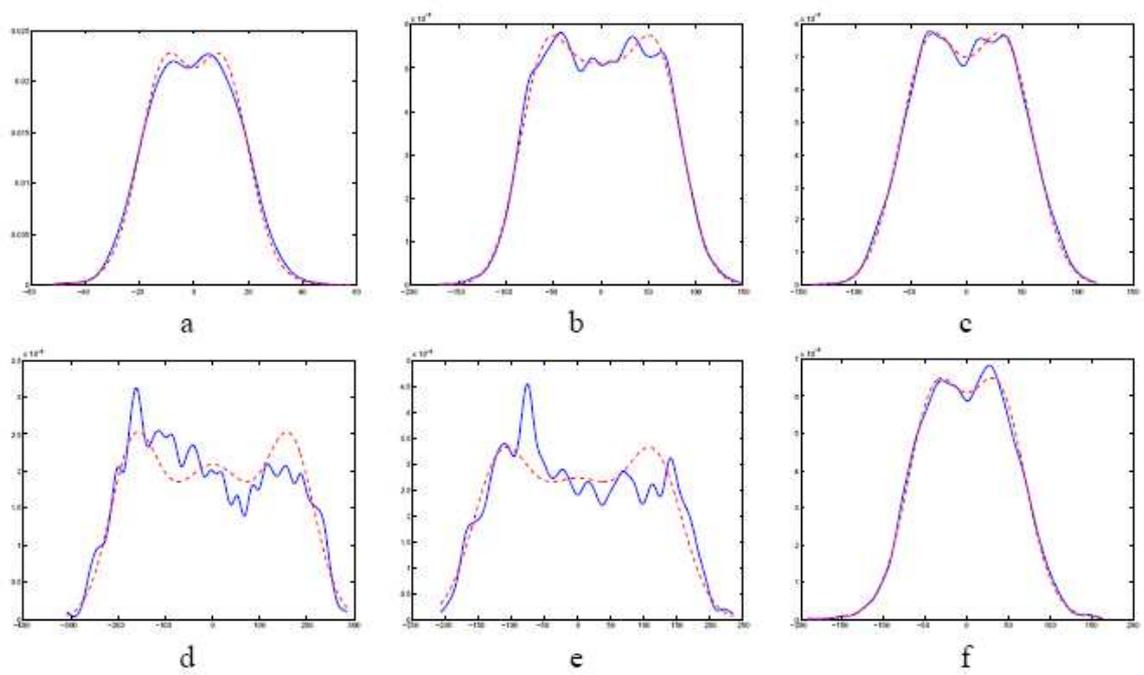


FIG. 4.13 – Histogrammes des coefficients de paquets d'ondelettes adaptatifs de quelques sous-bandes bimodales.

Chapitre 5

Dépendance de la résolution de modèles des paquets d'ondelettes adaptatifs

Dans ce chapitre, on va étudier la dépendance de la résolution de modèles des paquets d'ondelettes adaptatifs pour des images texturées. Pour cela, on va commencer par vérifier cette dépendance dans le cas où le filtre utilisé pour la réduction de résolution est celui utilisé pour la décomposition optimale en paquets d'ondelettes adaptatifs.

En deuxième étape, on va changer ce filtre par d'autres filtres qui sont différents de celui utilisé pour la décomposition en paquets d'ondelettes.

La figure 5.1 montre un organigramme simplifiant ce processus de décomposition en paquets d'ondelettes et de réduction de résolution. En partant d'une texture donnée I , on effectue une première décomposition optimale en paquets d'ondelettes adaptatifs pour obtenir l'arbre T_1 , ensuite on réduit l'image haute résolution, I , pour obtenir une image basse résolution, I_1 , par la suite on refait les mêmes traitements à l'image I_1 pour obtenir l'arbre T_2 et l'image I_2 et ainsi de suite.

5.1 Réduction de résolution par filtre d'échelle

Dans ce cas, on va décomposer en paquets d'ondelettes une texture donnée ensuite on réduit la résolution de l'image originale en utilisant le même filtre d'échelle utilisé pour la

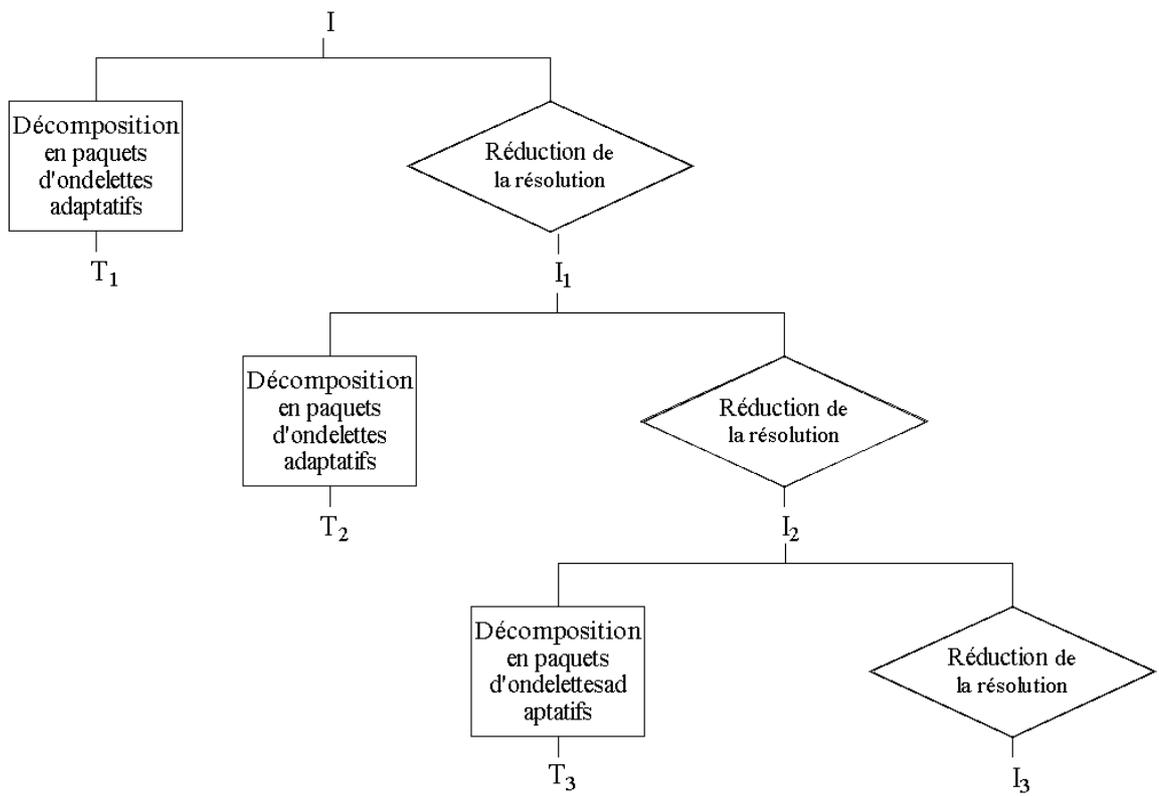


FIG. 5.1 – Décomposition en paquets d’ondelettes adaptatifs d’une texture à différentes résolutions.

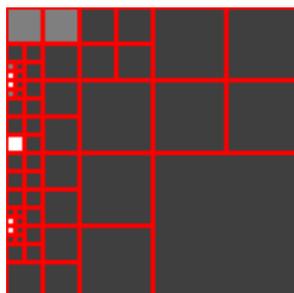
décomposition optimale en paquets d'ondelettes adaptatifs.

La décomposition en paquets d'ondelettes adaptatifs se fait d'une manière récursive et les différents nœuds de l'arbre de décomposition sont indépendants, donc la décision **décomposer** ou **ne pas décomposer** pour chaque nœud se fait indépendamment des autres nœuds. Par conséquent, l'arbre T_2 doit être inclus dans l'arbre T_1 , et l'arbre T_3 doit être aussi inclus dans T_1 et ainsi de suite. La figure 5.2 donne le résultat de décomposition en paquets d'ondelettes adaptatifs de la texture Raffia à différentes résolutions.

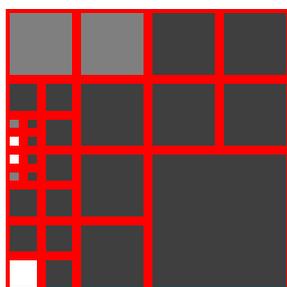
D'après les résultats donnés par la figure 5.2, on remarque que la décomposition optimale en paquets d'ondelettes adaptatifs donnée par la figure 5.2 b) est identique à celle du premier quadrant de la décomposition optimale de l'image haute résolution donnée par la figure 5.2 a). Même chose pour la décomposition donnée par 5.2 c) est identique à celle du premier quadrant de la décomposition optimale de l'image haute résolution donnée par la figure 5.2 b).

5.2 Réduction de résolution par d'autres types de filtres

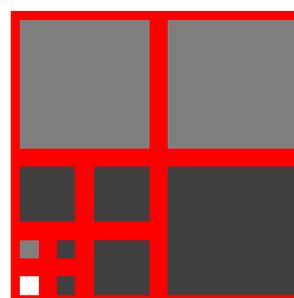
Dans la réalité, la formation des images multi-résolutions ne se fait pas par des filtres d'échelle. Pour les images de télédétection, une portion du spectre de signal pour chaque pixel vient des pixels voisins de ce dernier. Ceci est la conséquence de plusieurs facteurs : l'optique des instruments, les détecteurs et les électroniques, les effets atmosphériques et également l'échantillonnage de l'image. Ces effets sont décrites par la **fonction de modulation optique** FMO (en anglais Point Spread Function : PSF) qui permet de caractériser la réponse de chaque capteur aux signaux provenant d'un point source ou en analysant sa transformée de Fourier appelée **fonction de transfert optique** [26]. Ses effets constituent une source inséparable de l'incertitude dans les images satellitaires parce que les signaux provenant des pixels situés au-delà du pixel central vont contribuer à la mesure de sa valeur.



(a)



(b)



(c)

FIG. 5.2 – Décomposition optimale de a) l'image originale b) l'image obtenue après une première réduction c) l'image obtenue après une deuxième réduction en paquets d'ondelettes adaptatifs en utilisant le même filtre d'échelle de l'ondelette mère. L'image originale est la texture Raffia.

5.2.1 La fonction de modulation optique

Chaque système optique possède sa propre FMO, c'est pour cela qu'on doit savoir le type des images à analyser et surtout par quel type de système optique est formée. Comme on a cité précédemment, la FMO est constituée par quatre composantes indépendantes qui contribuent à la formation de l'image dans le plan focal :

- le type du capteur optique,
- les détecteurs,
- les électroniques,
- l'atmosphère.

Donc la FMO peut être vue comme un produit de convolution de plusieurs FMO associées aux différentes composantes données ci-dessus. La FMO peut donc s'écrire sous cette forme :

$$FMO_{net} = FMO_{opt} * FMO_{det} * FMO_{elec} * FMO_{atm} \quad (5.1)$$

En plus, on va supposer que la FMO est séparable, on aura donc :

$$FMO(x, y) = FML(x) * FML(y) \quad (5.2)$$

avec $FML(x)$ et $FML(y)$ sont les fonctions de modulation linéiques (en anglais Line Spread Function : LSF) respectivement suivant la direction de x et de y . En plus de ça on va supposer que la FMO est symétrique suivant les deux directions x et y à cause des dimensions du capteur qui sont petites, cette hypothèse n'est pas valable pour n'importe quel type de capteur.

Dans la pratique, la FMO est déterminée directement des images satellitaires observées parce que quelques composantes de la FMO ne peuvent pas être modélisées directement. Par exemple, l'atmosphère produit une variation temporelle de la FMO qui n'est pas connue exactement.

La formation d'une image par un système optique caractérisée par une FMO se traduit par le produit de convolution de la $FMO(x, y, u, v)$ par un modèle $g(u, v)$ dans l'espace

de l'objet réel pour obtenir le modèle $R(x, y)$ dans l'espace des images c'est à dire dans le plan focal du système optique [26], on aura donc la formulation suivante :

$$R(x, y) = \int \int FMO(x - u, y - v)g(u, v)dudv. \quad (5.3)$$

Dans le cas de FMO gaussienne, on a l'expression suivante :

$$FMO(x, y, u, v) = \exp\left(-\frac{(x - u)^2 + (y - v)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (5.4)$$

où x et y sont les coordonnées dans l'espace des images et, u et v sont les coordonnées dans l'espace de l'objet. La taille du pixel du capteur est déterminée par la valeur de σ , ce dernier permet de donner le nombre de pixels voisins du pixel central qui vont contribuer au calcul de la valeur de celui-ci.

Les figures 5.3 et 5.4 montrent deux exemples de FMO : le premier est le cas du filtre gaussien et le deuxième est le cas d'un filtre qui est déterminé empiriquement pour le cas d'un capteur SPOT.

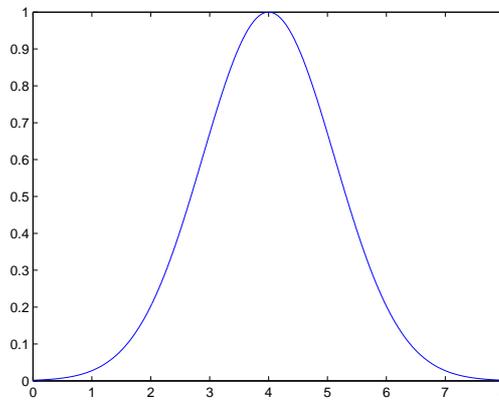


FIG. 5.3 – Représentation graphique de la FMO gaussienne dans une seule direction.

5.2.2 Résultats expérimentaux

Cas du FMO gaussienne :

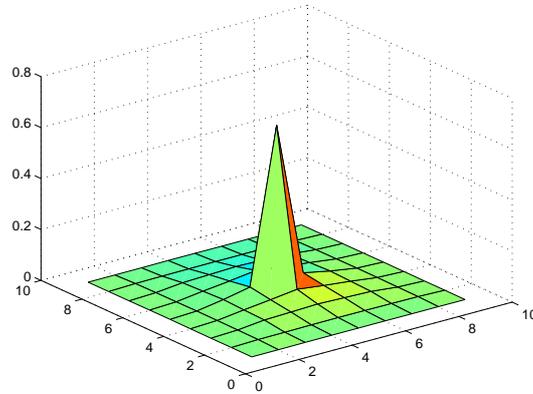


FIG. 5.4 – Représentation graphique 2D de la FMO empirique dans le cas du capteur SPOT.

Dans ce cas, on va considérer seulement le modèle gaussien pour la modélisation des histogrammes des coefficients de paquets d'ondelettes adaptatifs. La figure 5.5 montre les variations de la variance pour chaque sous-bande des décompositions optimales de la texture Raffia à trois résolutions différentes en utilisant le filtre gaussien pour la réduction de résolution.

Cas du FMO trouvée empiriquement à partir des images SPOT :

La figure 5.6 donne les décompositions optimales en paquets d'ondelettes adaptatifs de la texture Raffia. La figure 5.7 permet de voir les différences entre deux décompositions optimales en paquets d'ondelettes adaptatifs de la texture Raffia la même résolution en considérant tous les modèles : gaussien, gaussien généralisé et mixture de gaussiennes. On remarque une certaine ressemblance entre les deux décompositions données respectivement par les figures a) et b) et même chose pour les décompositions données par les figures c) et d).

Comme deuxième expérience, on va utiliser maintenant le même filtre que précédemment mais cette fois ci on considère seulement le choix du modèle gaussien pour modéliser les histogrammes des paquets d'ondelettes. La figure 5.8 montre visuellement les variations de la variance de chaque sous-bande des décompositions optimales de la texture Raffia

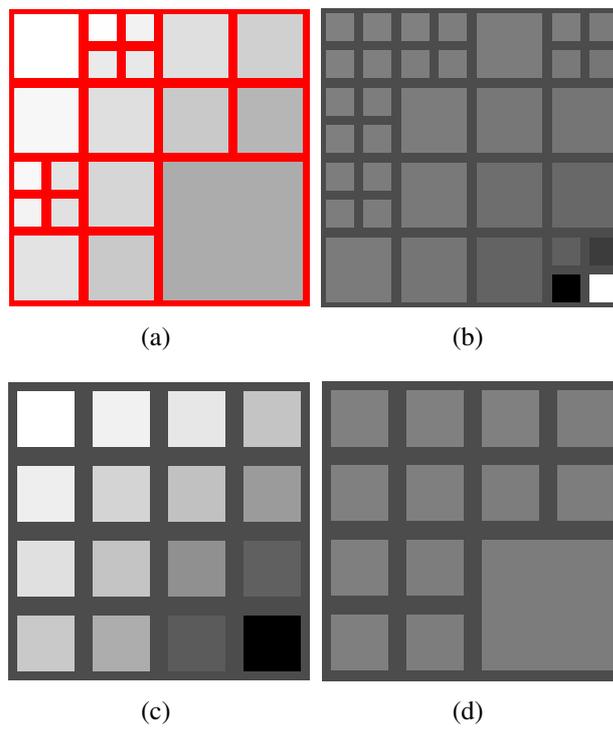
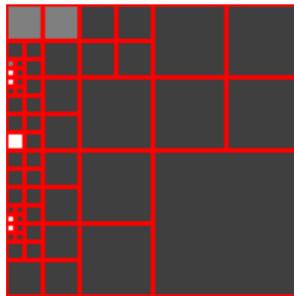
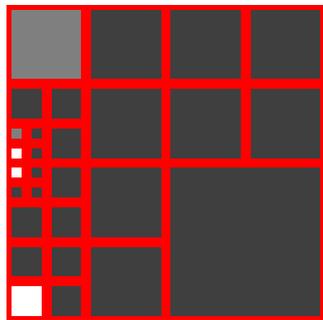


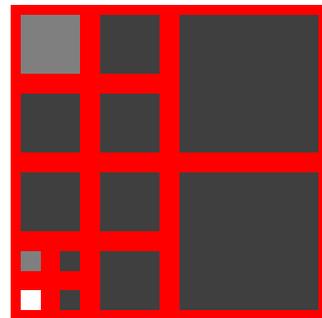
FIG. 5.5 – Comparaison des différentes valeurs de la variance de chaque sous-bande des décompositions de la texture Raffia à trois résolutions différentes.



(a)

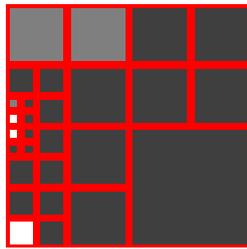


(b)

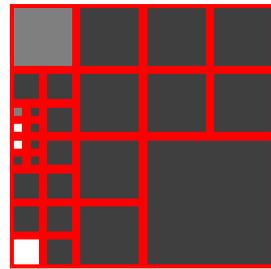


(c)

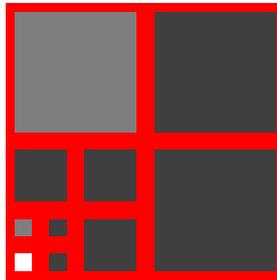
FIG. 5.6 – Les décompositions optimales en paquets d’ondelettes de la texture Raffia à trois résolutions différentes en utilisant le filtre donné par la figure 5.4.



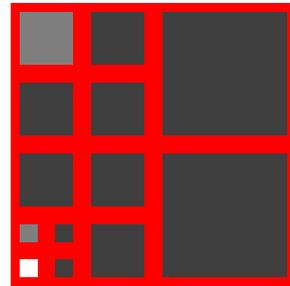
(a)



(b)



(c)



(d)

FIG. 5.7 – Comparaison des différentes décompositions données par la figure 5.6.

données respectivement par les figures a) et b), et les figures c) et d). On remarque donc une ressemblance au niveau de la configuration de la décomposition et au niveau des valeurs de la variance. Donc à chaque passage d'une haute résolution à une basse résolution, les paramètres du modèle ne varient pas beaucoup.

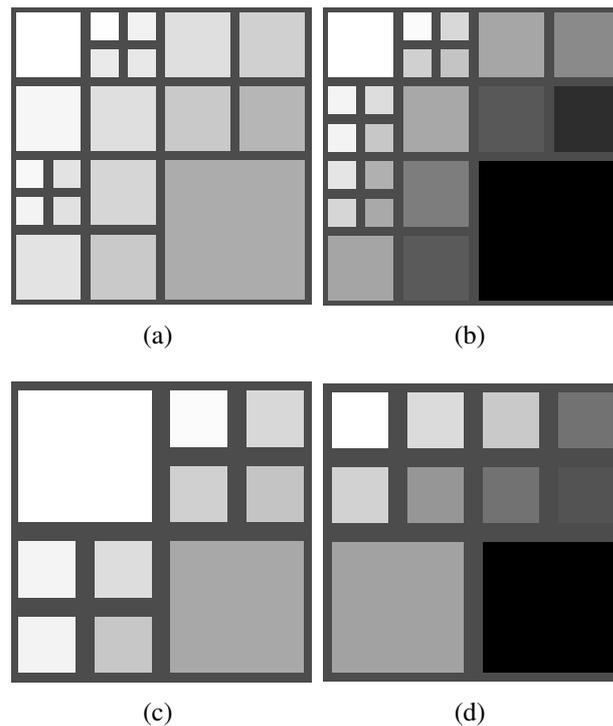


FIG. 5.8 – Comparaison des différentes valeurs de la variance de chaque sous-bande des décompositions de la texture Raffia à trois résolutions différentes dans le cas du filtre donné par la figure 5.4.

Interprétation des résultats précédentes : On peut estimer la probabilité de la décomposition optimale en paquets d'ondelettes adaptatifs d'une image basse résolution à partir des paramètres de la décomposition optimale de l'image haute résolution. Donc les décompositions optimales de chaque résolution sont dépendantes en choisissant la meilleur FMO.

Chapitre 6

Conclusion et perspectives

Dans ce projet de fin d'études, on a analysé le problème de la description de la texture. La texture est un attribut très important pour l'aspect visuel des entités sémantiques dans une grande variété d'images. On a intérêt donc d'extraire de l'information qui permet de caractériser la texture. Dans notre travail, on a adopté une approche probabiliste en se basant sur un cadre de travail cohérent. En pratique, on a besoin des densités de probabilités qui sont définies sur un espace d'images finies. C'est pour cela, à partir d'une densité de probabilité définie sur un espace d'images infini, on marginalise cette densité sur l'espace d'images complémentaire à la région finie considérée.

Pour décrire la texture, on a utilisé la base des paquets d'ondelettes adaptatifs qui permettent de détecter les périodicités présentes dans une classe de texture. Et en passant par cette phase d'apprentissage, on a étudié la dépendance de résolution de modèles des paquets d'ondelettes adaptatifs.

Les histogrammes des coefficients des paquets d'ondelettes adaptatifs sont modélisés par des modèles qui sont invariants par translation mais non pas par rotation, donc on peut chercher d'autres modèles qui permettent de décrire une texture indépendamment de l'orientation. Pour la dépendance de la résolution de modèles des paquets d'ondelettes adaptatifs, on peut trouver d'autres formes de la fonction de modulation optique qui permettent d'avoir des résultats meilleurs que ceux donnés dans le chapitre 6.

Bibliographie

- [1] G. L. Lohse A. R. Rao. Identifying high level features of texture perception. *Computer Vision, Graphics and Image Processing : Graphic models and Image Processing*, 55 :218–233, 1993.
- [2] G. L. Lohse A. R. Rao. Towards a texture naming system : Identifying relevant dimension of texture. Technical report, IBM Research report, RC 19140 (83352), 1 1993.
- [3] K. Brady, I. H. Jermyn, and J. Zerubia. Texture analysis : An adaptive probabilistic approach. In *Proc. IEEE Int'l Conf. Im. Proc.*, Barcelona, Spain, September 2003.
- [4] P. Brodatz. *Textures : A Photographic Album for Artists and Designers*. Dover, New York, USA, 1966.
- [5] C. Coroyer. *Apport des corrélations d'ordre élevé à l'analyse de textures non gaussiennes*. Thèse de doctorat, Univ. Cergy-Pontoise, France, 1996.
- [6] R. Cossu, I. H. Jermyn, K. Brady, and J. Zerubia. Models of unimodal and multimodal statistics of adaptive wavelet packet coefficients. RR 5122, Inria, February 2004.
- [7] A.P. Dempster, N.M. Laird, and D.B. Rubin. Maximum likelihood from incomplete data via em algorithm. *Journal of Royal Statistical Society*, 39 :1–38, 1977.
- [8] M. N. Do and M. Vetterli. Wavelet-based texture retrieval using generalized Gaussian density and Kullback-Liebler distance. *IEEE Trans. Image Processing*, 11 :146–158, 2002. 2.

- [9] M. Schmitt F. Preteux. *Boolean Texture analysis and synthesis*, volume 2. Academic Press, J. Serra Ed., 1988.
- [10] A. P. Gagalowicz. *Vers un modèle de texture*. Thèse d'état, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 1983.
- [11] M. M. Galloway. Texture analysis using gray level run lengths. *Computer graphics and Image Processing*, 4 :172–179, 1975.
- [12] C. Germain. *Contribution à la caractérisation multi-échelle de l'anisotropie des images texturées*. Thèse de doctorat, Univ. Bordeaux I, France, 1997.
- [13] R. M. Haralick. *Image texture analysis*. Plenum Press, New York, 1981.
- [14] S. Phillip J. P. Coquerez. *Analyse d'images : filtrage et segmentation*. Masson, Paris, 1995.
- [15] B. Julesz. Visual pattern recognition. *IEEE Trans. on Information theory*, 19, 1962.
- [16] B. Julesz. Experiments in the visual perception of texture. *Scientific American*, 232(4) :2–11, 1975.
- [17] G. Loum. *Segmentation pyramidale de textures par décomposition en ondelettes*. Thèse de doctorat, Université de Paris XII, Val de Marnes, 1996.
- [18] T.K. Moon. The expectation-maximization algorithm. *Signal Processing Magazine*, 13 :47–60, 1996.
- [19] M. Najim O. Alata, P. Baylou. Multiple resolution image segmentation using four qp supports of 2-d autoregressive model. *in Proc. IEEE ICIP*, 1 :277–280, 1996.
- [20] L. Younes R. Azencott, J. P. Wang. Texture classification using windowed fourier filters. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(6) :148–153, 1997.

- [21] Y. Meyer R. R. Coifman and M. V. Wikerhauser. *Wavelet analysis and signal processing*, pages 153–178. In *wavelets and their Applications*, Boston, Jones and Barlett. B. Ruskai et al. editors edition, 1992.
- [22] D. Terzopoulos S. W. Zucker. Finding structure in cooccurrence matrices for texture analysis. *Computer Graphics and Image Processing*, 12 :286–308, 1980.
- [23] C. Urdiales T. J. Rubio, A. Bandera and F. Sandoval. *A hierarchical context-based textured image segmentation algorithm for aerial images*. In *Texture02*.
- [24] M. Unser. *Description statistique de la texture. Application à l'inspection automatique*. Thèse de docteur en sciences, EPFL, Lausanne, 1984.
- [25] J. Wang. *Champs Markoviens multi-échelles : application à la segmentation d'images texturées et à la fusion multi-film*. Thèse de doctorat, Univ. Paris XI - Centre d'Orsay, France, 1994.
- [26] Becklund O. A. Williams, C. S. *Introduction to the optical transfer function*. New York : Wiley, 1989.